Ejemplo 1 (Oviedo 2009 - 2010)

La longitud de onda umbral para el potasio es 564 nm. Determinar:

a) La función de trabajo para el potasio.
b) El potencial de detención cuando incide sobre el potasio luz de 300 nm de longitud de onda.

DATOS: c = 3 10^8 m/s ; e = 1,60. 10^{-19} C ; h= 6,63. 10^{-34} J . s

Solución:

a) La ecuación que describe la emisión de electrones es: $E_c = h\,\upsilon - h\,\upsilon_0$

La función de trabajo (W) es la energía por debajo de la cual no se emiten electrones

$$\left.\begin{array}{l} W = h\,\upsilon_0 \\ c = \lambda_0\,\upsilon_0 \end{array}\right\} W = h\,\frac{c}{\lambda_0} = 6,63\,10^{-34}\,J\,\cancel{s}\,\frac{3\,10^8\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}}{564\,10^{-9}\,\cancel{m}} = 3,53.10^{-19}\,J$$

b) El potencial de frenado es aquel que consigue detener a los fotoelectrones (Ec= Ep=q V):

$$V\,e = h\,\upsilon - h\,\upsilon_0$$

$$V = \frac{h\,(\upsilon - \upsilon_0)}{e} = \frac{h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_0}\right)}{e} = \frac{h\,c}{e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

$$V = \frac{6,63\,10^{-34}\,J\,\cancel{s}\;3\,10^8\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}}{1,60\,10^{-19}\,C}\left(\frac{1}{300\,10^{-9}} - \frac{1}{564\,10^{-9}}\right)\cancel{m^{-1}} = 1,94\,\frac{J}{C}\,(V)$$

Ejemplo 2 (Oviedo 2007 - 2008)

Una radiación umbral que permite el funcionamiento de una celula fotoeléctrica posee una longitud de onda de 400 nm.

a) ¿Con qué velocidad saldrán los electrones arrancados de la célula si se ilumina con una radiación de longitud de onda 300 nm?
b) Responde a la pregunta anterior si la célula se ilumina con luz de longitud de onda 500 nm

DATOS: c = 3 10^8 m/s ; m_e = 9,110 10^{-31} kg ; h= 6,626. 10^{-34} J . s

Solución:

a) La frecuencia umbral es aquella por debajo de la cual no hay emisión de fotoelectrones. Como frecuencia y longitud de onda son inversamente proporcionales, para que exista emisión la célula deberá de iluminarse con luz de longitud de onda ***por debajo*** de la umbral:

$$\left.\begin{array}{l} c = \lambda\,\upsilon\,; \\ \upsilon = \frac{c}{\lambda} \end{array}\right\} \upsilon_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3\,10^8\,\frac{\cancel{m}}{s}}{400\,10^{-9}\,\cancel{m}} = 7,5\,10^{14}\,s^{-1}(Hz)$$

$$\upsilon = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\,10^8\,\frac{\cancel{m}}{s}}{300\,10^{-9}\,\cancel{m}} = 10^{15}\,s^{-1}(Hz)$$

$$Ec = h\upsilon - h\upsilon_0 = h\,(\upsilon - \upsilon_0) = 6,626.10^{-34}\,J\,\cancel{s}\,(10^{15} - 7,5\,10^{14})\,\cancel{s^{-1}} = 1,66\,10^{-19}\,J$$

$$Ec = \frac{1}{2}\,m\,v^2;\; v = \sqrt{\frac{2\,Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2\,.\,1,66\,10^{-19}\,J}{9,11\,10^{-31}kg}} = 603\,684,3\,\frac{m}{s} = 6,04\,10^5\,\frac{m}{s}$$

b) La longitud de onda ***está ahora por encima de la umbral***. La frecuencia correspondiente estará por debajo de la umbral, por lo que no se produce la emisión de electrones:

$$\upsilon = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\,10^8\,\frac{\cancel{m}}{s}}{500\,10^{-9}\,\cancel{m}} = 6,0\,10^{14}\,s^{-1}(Hz)$$

4. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V.

a) Determine la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.

b) Cuando la superficie del metal se ha oxidado, el potencial de frenado para la misma luz incidente es de 0,7 V. Razone cómo cambian, debido a la oxidación del metal: i) la energía cinética máxima de los fotoelectrones; ii) la frecuencia umbral de emisión; iii) la función trabajo.

($c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1} ; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J s ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

a) Nos encontramos ante un problema de efecto fotoeléctrico (emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética). Este fenómeno, que las teorías clásicas no podían explicar suponiendo un carácter ondulatorio para la luz, fue explicado por Einstein en 1905 suponiendo que en la interacción entre radiación y materia la luz adopta carácter de partícula, es decir, la energía de la luz incidente se transmite de forma discreta, concentrada en partículas o “cuantos” de luz, los fotones. La energía de un fotón depende de su frecuencia y viene dada por la expresión $E_f = h \cdot \upsilon$, donde *h* es la constante de Planck (h = $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J s).

Al incidir sobre los electrones externos del metal, el fotón cede su energía íntegramente al electrón. Para poder extraerlo del metal, esta energía debe ser superior a la necesaria para vencer la atracción del núcleo (trabajo de extracción o función trabajo) $W_{extr} = h \cdot \upsilon_0$, donde υ_0 es la frecuencia umbral característica del metal.

La energía sobrante se invierte en aportar energía cinética a los electrones.

El balance energético queda $E_f = W_{extr} + Ec_e$

La energía cinética de los fotoelectrones puede calcularse a partir del potencial de frenado V_{fr} (diferencia de potencial necesaria para frenar los electrones emitidos, reduciendo a cero su energía cinética)

$$V_{fr} = \frac{Ec_e}{e} \rightarrow Ec_e = e \cdot V_{fr} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1{,}3\, V = 2{,}08 \cdot 10^{-19}\ J$$

La energía del fotón: $E_f = h \cdot \upsilon = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-36}\ J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^{8}\, m \cdot s^{-1}}{280 \cdot 10^{-9}\, m} = 7{,}07 \cdot 10^{-19}\ J$

Por lo tanto la función trabajo (trabajo de extracción) del metal se calcula

$$W_{extr} = E_f - Ec_e = 7{,}07 \cdot 10^{-19}\, J - 2{,}08 \cdot 10^{-19}\, J = 4{,}99 \cdot 10^{-19}\, J \ \ (aprox.\ 2\ eV)$$

Y la frecuencia umbral del metal $W_{extr} = h \cdot \upsilon_0 \quad \rightarrow \quad \upsilon_0 = \frac{W_{extr}}{h} = \frac{4{,}99 \cdot 10^{-19}\ J}{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s} = 7{,}56 \cdot 10^{14}\ Hz$

b) Usando el balance energético $E_f = W_{extr} + Ec_e$

i) La energía cinética máxima de los fotoelectrones disminuye, ya que está relacionada directamente con el potencial de frenado, y este disminuye. $Ec_e = e \cdot V_{fr} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}7\, V = 1{,}12 \cdot 10^{-19}\ J$

iii) La energía de los fotones no cambia, ya que la luz incidente es la misma. Por tanto, si disminuye la Ec de los electrones arrancados (ya que disminuye el potencial de frenado) es porque la función trabajo del metal ha aumentado. Es necesaria una mayor energía para vencer la atracción por parte del núcleo.

$$W_{extr} = E_f - Ec_e = 7{,}07 \cdot 10^{-19}\, J - 1{,}12 \cdot 10^{-19}\, J = 6{,}05 \cdot 10^{-19}\, J$$

ii) La frecuencia umbral de fotoemisión aumenta. Son necesarios fotones más energéticos para arrancar los electrones. A partir del trabajo de extracción

$$W_{extr} = h \cdot \upsilon_0 \quad \rightarrow \quad \upsilon_0 = \frac{W_{extr}}{h} = \frac{6{,}05 \cdot 10^{-19}\ J}{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s} = 9{,}17 \cdot 10^{14}\ Hz$$

Explicación química: La oxidación del metal (pérdida de electrones) debido a la luz incidente origina que los átomos de la superficie del metal se ionicen (se convierten en cationes, de carga positiva). Esto explica el hecho de que se necesite más energía para continuar arrancando electrones al metal ya oxidado.

2. a) Explique la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico y el concepto de fotón.
b) Razone por qua la teoría ondulatoria de la luz no permite explicar el efecto fotoeléctrico.

a) Einstein aplicó las hipótesis de Planck sobre la cuantización de la energía para explicar el efecto fotoeléctrico, es decir, la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética de una determinada frecuencia (frecuencia umbral) o superior. Pero llegó aún más allá en su ruptura con las teorías clásicas. Supuso que no sólo los intercambios de energía están cuantizados, sino que *la propia radiación está constituida por "partículas", llamadas* ***fotones****, que transportan la energía de forma discreta, concentrada en cuantos de energía*. Es decir, supuso un comportamiento corpuscular para la luz, al menos en este fenómeno. El fotón sería, pues, la partícula asociada a la onda electromagnética.

Su masa en reposo es nula y su velocidad en el vacío es $c = 3 \cdot 10^8 \ ms^{-1}$

La energía de un fotón viene dada por la expresión de Planck $E_f = h \cdot \upsilon$

Su cantidad de movimiento (a partir de la hipótesis de De Broglie) $p = \frac{E_f}{c}$

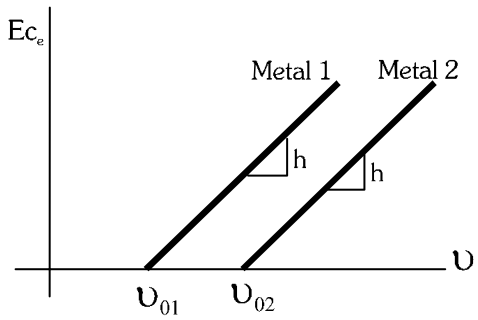
Suponiendo que la luz se comporta como una partícula, al chocar ésta con un electrón, le transmite instantáneamente toda su energía. Evidentemente, esta energía que cede al electrón dependerá de la frecuencia de la radiación.

Así, la energía de un fotón se emplea, en primer lugar, en arrancar al electrón del metal. Esta energía necesaria, que depende del tipo de metal, se denomina **trabajo de extracción** o **función trabajo** (W_{extr}, o Φ_o). También puede definirse como la energía mínima que debe tener el fotón para extraer un electrón del metal. Así, tendremos que $W_{extr} = h \cdot \upsilon_0$, donde υ_0 es la frecuencia umbral característica del metal. (También existe la longitud de onda umbral $\lambda_0 = \frac{c}{\upsilon_0}$).

La energía sobrante se emplea en darle energía cinética (velocidad) a los electrones emitidos. De este modo, llegamos a la expresión:

$$E_f = W_{extr} + Ec_e \quad \rightarrow \quad h \cdot \upsilon = h \cdot \upsilon_0 + \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$$

También se usa en la forma $Ec_e = h \cdot (\upsilon - \upsilon_0)$



La gráfica de la figura se corresponde con esta última fórmula.

La pendiente de las rectas obtenidas (una distinta para cada metal) es igual a la constante de Planck.

b) La teoría clásica (u ondulatoria) de la luz supone que la luz (las o.e.m, en general) consiste en la trasmisión de una vibración de campos eléctricos y magnéticos a través de un medio que puede ser el vacío. La energía transmitida por esta onda electromagnética se realiza, pues, de forma continua (las partículas, por el contrario, transmiten energía de forma discreta, transportada por la propia partícula).
Suponiendo una transmisión continua de energía, al incidir la radiación sobre el metal, los electrones superficiales del mismo irían absorbiendo continuamente energía, independientemente de la frecuencia de la radiación. Así, más tarde o más temprano el electrón adquiriría energía suficiente para vencerla atracción del núcleo, produciéndose siempre la emisión de electrones.
Sin embargo, lo observado en las experiencias es que existe una frecuencia umbral, una frecuencia mínima por debajo de la cual la radiación no puede provocar la emisión de electrones, por mucho tiempo que esté incidiendo sobre el metal. Este hecho sólo puede explicarse suponiendo que en la interacción radiación-materia, la luz se comporta como partículas (ver el apartado anterior).

Otro aspecto experimental que no puede explicar la teoría ondulatoria de la luz es el hecho de que al suministrar más energía aumentando la intensidad de la luz pero sin variar su frecuencia, consigamos extraer un mayor número de electrones, pero no aumentar la energía cinética de los que se extraen.

4. a) Un haz de electrones se acelera bajo la acción de un campo eléctrico hasta una velocidad de 6 $\cdot 10^5$ $m \cdot s^{-1}$. Haciendo uso de la hipótesis de De Broglie calcule la longitud de onda asociada a los electrones.

b) La masa del protón es aproximadamente 1800 veces la del electrón. Calcule la relación entre las longitudes de onda de De Broglie de protones y electrones suponiendo que se mueven con la misma energía cinética.

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s ; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (Compton), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en determinados experimentos*. *A cada partícula corresponde una onda asociada*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una λ, llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta λ viene dada por la expresión $\lambda = \frac{h}{p}$, donde h es la cte de Planck y $p = m \cdot v$ es la cantidad de movimiento de la partícula. Así $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

La onda asociada a una partícula recibe el nombre de **onda de materia**.

Para los electrones del problema $$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{9,1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 6 \cdot 10^5\ ms^{-1}} = 1,21 \cdot 10^{-9}\ m$$

b) La energía cinética de una partícula viene dada por $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$. Si ambas partículas poseen la misma energía cinética, su velocidad será diferente. Así

$$v_p = \sqrt{\frac{2Ec}{m_p}} = \sqrt{\frac{2Ec}{1800 m_e}} = 0,0236 \cdot \sqrt{\frac{2Ec}{m_e}} = 0,0236 \cdot v_e$$

Sustituyendo en la expresión de De Broglie

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p \cdot v_p} = \frac{h}{1800 m_e \cdot 0,0236 v_e} = 0,0235 \cdot \frac{h}{m_e \cdot v_e} = 0,0235 \cdot \lambda_e$$

4. Al iluminar potasio con luz amarilla de sodio de λ = 5890 ·10^{-10} m, se liberan electrones con una energía cinética máxima de 0,577 ·10^{-19} J y al iluminarlo con luz ultravioleta de una lámpara de mercurio de λ = 2537 ·10^{-10} m, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es 5,036 ·10^{-19} J.
a) Explique el fenómeno descrito en términos energéticos y determine el valor de la constante de Planck.
b) Calcule el valor del trabajo de extracción del potasio.
c = 3 ·10^8 m·s^{-1}

Nos encontramos ante un problema de efecto fotoeléctrico (emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética). Este fenómeno, que las teorías clásicas no podían explicar suponiendo un carácter ondulatorio para la luz, fue explicado por Einstein en 1905 suponiendo que en la interacción entre radiación y materia la luz adopta carácter de partícula, es decir, la energía de la luz incidente se transmite de forma discreta, concentrada en partículas o "cuantos" de luz, los fotones. La energía de un fotón depende de su frecuencia y viene dada por la expresión $E_f = h \cdot \upsilon$, donde *h* es la constante de Planck. En este problema, debemos calcular el valor de dicha constante a partir de dos experiencias de las que nos dan los datos.

Al incidir sobre los electrones externos del metal, el fotón cede su energía íntegramente al electrón. Para poder extraerlo del metal, esta energía debe ser superior a la necesaria para vencer la atracción del núcleo (trabajo de extracción $W_{extr} = h \cdot \upsilon_0$, donde υ_0 es la frecuencia umbral característica del metal).
La energía sobrante se invierte en aportar energía cinética a los electrones.

El balance energético queda $E_f = W_{extr} + Ec_e \quad \rightarrow \quad h\upsilon = W_{extr} + Ec_e$

En la primera experiencia

$$\left.\begin{array}{l} \text{fotón: } \lambda = 5890 \cdot 10^{-10}\, m \ \rightarrow \ \upsilon = \dfrac{c}{\lambda} = 5{,}093 \cdot 10^{14}\ Hz \\ \text{electrones: } Ec_e = 0{,}577 \cdot 10^{-19}\ J \end{array}\right\} \qquad h \cdot 5{,}093 \cdot 10^{14} = W_{extr} + 0{,}577 \cdot 10^{-19}$$

En la segunda experiencia

$$\left.\begin{array}{l} \text{fotón: } \lambda = 2537 \cdot 10^{-10}\, m \ \rightarrow \ \upsilon = \dfrac{c}{\lambda} = 1{,}182 \cdot 10^{15}\ Hz \\ \text{electrones: } Ec_e = 5{,}036 \cdot 10^{-19}\ J \end{array}\right\} \qquad h \cdot 1{,}182 \cdot 10^{15} = W_{extr} + 5{,}036 \cdot 10^{-19}$$

Resolviendo el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, obtenemos la resolución de los dos apartados del problema

a) $h = 6{,}629 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$
b) $W_{extr} = 2{,}799 \cdot 10^{-19}\ J$

2. a) Explique la hipótesis de de Broglie.
b) Un protón y un electrón tienen energías cinéticas iguales, ¿cuál de ellos tiene mayor longitud de onda de de Broglie? ¿Y si ambos se desplazaran a la misma velocidad? Razone las respuestas.

a) El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (referentes al carácter dual de la luz), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en algunas situaciones*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual onda-partícula.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una λ, llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta λ viene dada por la expresión $\lambda = \frac{h}{p}$, donde h es la cte de Planck y $p = m \cdot v$ es la cantidad de movimiento de la partícula. Así $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

La onda asociada a una partícula recibe el nombre de **onda de materia**.

Implicaciones: Es posible (y se ha comprobado) observar fenómenos característicos de las ondas, como interferencias, difracción, ondas estacionarias, en partículas como los electrones. Por ejemplo, el estudio cuántico del electrón en el átomo se realiza mediante la función de onda de Schrödinger.

En otros experimentos, sin embargo, es necesario considerar sólo el carácter corpuscular (rayos catódicos, efecto fotoeléctrico).

b) La masa del protón es mucho mayor que la del electrón (unas 2000 veces). Si poseen la misma energía cinética, su velocidad será diferente (hacemos aquí un cálculo sin consideraciones relativistas)

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$ La velocidad del protón será menor que la del electrón.

Sustituyendo en la ecuación de de Broglie, vemos la relación entre las longitudes de onda asociadas

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2E_c m^2}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 m Ec}},$$

Vemos que a mayor masa, la longitud de onda asociada es menor. Tendrá mayor longitud de onda asociada el electrón.

Si la velocidad fuera la misma, aplicamos directamente la ecuación de de Broglie $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

Vemos que a mayor masa, también será menor la longitud de onda de de Broglie. El electrón tendrá mayor longitud de onda asociada.

ii) Cuando la corriente en "a" alcanza un valor constante, también se vuelven constantes el campo magnético que produce y el flujo magnético que atraviesa la espira "b". Por lo tanto, aplicando la ley de Faraday-Lenz, ya no se producirá corriente inducida en la espira "b".

2. a) Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico.
b) Una superficie metálica emite fotoelectrones cuando se ilumina con luz verde pero no emite con luz amarilla. Razone qué ocurrirá cuando se ilumine con luz azul o con luz roja.

a) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética. La teoría ondulatoria clásica de Maxwell sobre la luz no podía explicar las características de este fenómeno, como la existencia de una frecuencia umbral, al suponer una transmisión continua de la energía.
Einstein aplicó las hipótesis cuánticas de Planck para explicar el efecto fotoeléctrico. Pero llegó aún más allá en su ruptura con las teorías clásicas. Supuso que no sólo los intercambios de energía están cuantizados, sino que *la propia radiación está constituida por "partículas" (posteriormente llamadas* ***fotones)*** *que transportan la energía de forma discreta, concentrada en cuantos de energía*. Es decir, supuso un comportamiento corpuscular para la luz, al menos en este fenómeno. La energía de un fotón viene dada por la expresión de Planck $E_f = h \cdot \upsilon$
Suponiendo que la luz se comporta como una partícula, al chocar ésta con un electrón, le transmite instantáneamente toda su energía. Evidentemente, esta energía que cede al electrón dependerá de la frecuencia de la radiación.
Así, la energía de un fotón se emplea, en primer lugar, en arrancar al electrón del metal. Esta energía necesaria, que depende del tipo de metal, se denomina **trabajo de extracción** o **función trabajo** (W_{extr}, o Φ_o). También puede definirse como la energía mínima que debe tener el fotón para extraer un electrón del metal. Así, tendremos que $W_{extr} = h \cdot \upsilon_0$, donde υ_0 es la frecuencia umbral característica del metal.
Si el fotón no posee energía (frecuencia) suficiente, no podrá arrancar al electrón, y el fotón será emitido de nuevo. Esto explica la existencia de la frecuencia umbral.
Si la energía es superior al trabajo de extracción, la energía sobrante se emplea en darle energía cinética (velocidad) a los electrones emitidos. De este modo, llegamos a la expresión:

$$E_f = W_{extr} + Ec_e \quad \rightarrow \quad h \cdot \upsilon = h \cdot \upsilon_0 + \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$$

Así, una mayor frecuencia de la radiación significará una mayor energía cinética de los electrones, pero no un mayor nº de electrones emitidos. Y una mayor intensidad de la radiación (mayor nº de fotones) significará un mayor nº de electrones emitidos, pero no una mayor energía cinética.

b) El color (o tipo) de la radiación viene dado por su frecuencia. Una luz verde tiene mayor frecuencia que la amarilla y, por lo tanto, cada fotón de luz verde tiene mayor energía que un fotón de luz amarilla. Si la luz verde produce la emisión de electrones, es porque su frecuencia es mayor que la frecuencia umbral del metal. Del mismo modo, la frecuencia de la luz amarilla es menor que la frecuencia umbral, y por tanto los fotones no tienen energía suficiente para producir la emisión.

Teniendo en cuenta que la frecuencia de la luz azul es mayor que la verde (y por tanto, mayor que la umbral), podemos concluir que la luz azul producirá la emisión de fotoelectrones, mientras que la luz roja no, dado que su frecuencia es aún menor que la de la luz amarilla.