

DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA  
TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

# **DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN: CÁLCULOS**

**Por: César Núñez Chover**

**Tutor: Jose Enrique Tarancón Caro**

## INDICE:

<b>1. CÁLCULOS INTRODUCTORIOS</b> .....	4
<b>2. CÁLCULO DE ENGRANAJES</b> .....	5
2.1 RELACIÓN DE TRANSMISIÓN DE CADA ETAPA.....	5
2.2 CÁLCULO DE DIÁMETROS POR DEFLEXIÓN TORSIONAL.....	5
2.3 DATOS Y COEFICIENTES PARA EL CÁLCULO DE ENGRANAJES.....	5
2.3.1 Resistencia superficial.....	6
2.3.2 Resistencia a la rotura por flexión.....	7
2.3.3 Condiciones reales de funcionamiento.....	8
2.3.4 Cálculo de la tensión normal en la base del diente.....	11
2.3.5 Tensión máxima debida a la presión superficial.....	12
2.3.6 Coeficiente de seguridad a flexión.....	13
2.3.7 Coeficiente de seguridad a presión superficial.....	13
2.4 VISCOSIDAD DEL LUBRICANTE, ESTIMACIÓN INICIAL.....	14
2.5 DIMENSIONADO DE LA ETAPA 1.....	15
2.5.1 Cálculo de la anchura de los engranajes.....	16
2.6 DIMENSIONADO DE LA ETAPA 2.....	18
2.6.1 Cálculo de la anchura de los engranajes.....	18
2.7 COMPROBACIÓN DEL ACEITE.....	20
2.8 RESUMEN DE LOS RESULTADOS.....	21
<b>3 DISEÑO DE LOS EJES</b> .....	21
3.1 DATOS GENERALES.....	21
3.2 SELECCIÓN DE LA CONFIGURACIÓN.....	22
3.3 CÁLCULO A FATIGA.....	22
3.3.1 Eje de entrada.....	25
3.3.1.1 Esquema del Eje.....	25
3.3.1.2 Fuerzas sobre el eje.....	25
3.3.1.3 Resultados del cálculo a fatiga.....	26
3.3.2 Eje intermedio.....	27
3.3.2.1 Esquema del eje.....	27
3.3.2.2 Fuerzas sobre el eje.....	27
3.3.2.3 Resultados de fatiga.....	29
3.3.3 Eje de salida.....	30

DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA  
TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

3.3.3.1 Esquema del Eje.....	30
3.3.3.2 Fuerzas sobre el eje.....	30
3.3.3.3 Resultados de fatiga.....	31
<b>3.4 DEFLEXIÓN LATERAL.....</b>	<b>32</b>
3.4.1 Eje de entrada.....	32
3.4.2 Eje intermedio, plano horizontal.....	33
3.4.3 Eje intermedio, plano vertical.....	33
3.4.4 Eje de salida.....	34
<b>4 RODAMIENTOS.....</b>	<b>34</b>
<b>4.1 CÁLCULO DE RODAMIENTOS.....</b>	<b>34</b>
4.1.1 Eje de entrada.....	35
4.1.1.1 Rodamientos A y B.....	35
4.1.2 Eje intermedio.....	36
4.1.2.1 Rodamiento A.....	36
4.1.2.2 Rodamiento B.....	37
4.1.3 Eje de salida.....	38
4.1.3.1 Rodamientos A y B.....	38
<b>4.2 RODAMIENTOS. RESUMEN DE RESULTADOS.....</b>	<b>39</b>

## 1. CÁLCULOS INTRODUCTORIOS:

### Transportadora de cinta fija GF1400x43

#### Características:

**Ancho de la cinta:** 1400 mm  
**Distancia entre ejes:** 43 m  
**Potencia motriz:** 55 kW  
**Velocidad de la cinta:** 2,5 m/s  
**Carbón transportado:** 1200 t/h  
**Diámetro del tambor:** 200 mm

La cinta transporta el carbón a una velocidad de:

$$V = 2.5 \text{ m/s}$$

Movida por un motor eléctrico cuyas características principales son:

**Potencia:** 55 KW  
 $\omega_1 = 1500 \text{ rpm}$  (Funcionando a una velocidad uniforme)

La transmisión de la cinta es a través del tambor:

$$D = 200 \text{ mm de diámetro.}$$

La velocidad angular de la cinta es de:

$$\omega_3 = \frac{V}{\frac{D}{2}} = 25 \text{ rad/s} = 238.73 \text{ rpm}$$

La relación de transmisión a obtener es:

$$i = \frac{1500}{238.73} = 6.28$$

Esperaremos un coeficiente de seguridad mínimo de:

$$X = 2.5$$

Consideraremos para la cinta choques moderados teniendo en cuenta que el carbón a transportar es combustible y muy abrasivo.

## 2. CALCULO DE ENGRANAJES

### 2.1 RELACIÓN DE TRANSMISIÓN DE CADA ETAPA

Se elabora la misma relación de transmisión para ambas etapas:

$$\sqrt{i} = \sqrt{6.28} = 2.5$$

### 2.2 CÁLCULO DE DIÁMETROS POR DEFLEXIÓN TORSIONAL.

En aquellas secciones donde el eje está sometido a torsión, el diámetro está normalmente definido por el requerimiento de rigidez a torsión. Se debe cumplir que la deflexión torsional del eje sea inferior a 0.25°/m. La expresión a utilizar para determinar el diámetro mínimo para cumplir este requerimiento es:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32T}{\pi G(\theta/L)_{\max}}} \quad (\theta/L)_{\max} = 0.25^\circ/m$$

La tabla siguiente muestra los resultados obtenidos para las zonas sometidas a torsión en cada uno de los ejes:

Eje:	$\omega$ (rpm)	T (Nm)	d mínimo
Entrada	1500	350.14	56.36 (57 mm)
Intermedio	600	877.67	70.91 (71 mm)
Salida	240	2200	89.23 (90 mm)

Tabla 1- Diámetros por rigidez a torsión.

### 2.3 DATOS Y COEFICIENTES PARA EL CÁLCULO DE ENGRANAJES

El diámetro de los engranajes está determinado por el diámetro del eje donde va montado el piñón, por el tamaño de la chaveta y la circunferencia base del diente a considerar. La tabla siguiente muestra las dimensiones de las chavetas de cada uno de los engranajes.

	Etapa 1		Etapa 2	
	Piñón	Rueda	Piñón	Rueda
$\Phi$ eje (mm)	57	71	71	90
Longitud (mm)	72	89	89	113
Altura (mm)	10	12	12	14
Anchura (mm)	16	20	20	25
Profundidad en cubo (mm)	4.3	4.9	4.9	5.4
Profundidad en el eje (mm)	6	7.5	7.5	9

Tabla 2- Dimensiones de las chavetas

La distancia mínima desde el fondo del chavetero hasta la circunferencia base del diente se ha tomado igual a 2 veces el tamaño del módulo utilizado en el engranaje.

### 2.3.1 Resistencia superficial

Para poder estimar la resistencia superficial del material elegido, es necesario calcular la tensión máxima de contacto,  $S_{HP}$ , que vendrá dada por la siguiente expresión:

$$S_{HP} = S_{HL} \cdot Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_W$$

donde para este proyecto en concreto:

a)  $S_{HL}$  es la **tensión de contacto admisible** del material durante  $5 \cdot 10^7$  ciclos de carga y se obtiene mediante tablas, en función del material escogido para la construcción del engranaje. Para cada material, existe una zona de valores en función de su dureza. Para el acero elegido, el valor de  $S_{HL}$  será menor de  $125 \text{ daN/mm}^2$ .

b)  $Z_N$  es el **coeficiente de duración** y modifica el límite del material cuando la duración del mismo debe ser reducida. Los factores que influyen en el mismo son el número de ciclos de carga al que se desea someter a los dientes del engranaje y el tipo de material con los tratamientos a los que se ha visto sometido.

Para este caso, no se tolerará la aparición de pitting, por lo que:

$$N_L \geq 5 \cdot 10^7 \Rightarrow Z_N = 1$$

c)  $Z_L$  es el **coeficiente de viscosidad** y considera la influencia de la viscosidad en el comportamiento de la película de aceite de lubricante, para distintos valores de  $S_{HL}$  se tiene distintas expresiones para este coeficiente.

Para este caso, dado que  $S_{HL} > 120 \text{ daN/mm}^2$ , puede tomarse  $S_{HL} = 120 \text{ daN/mm}^2$  en la expresión:

$$C_{ZL} = 0.08 \cdot \frac{S_{HL} - 85}{35} + 0.83$$

para obtener: 
$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4 \cdot (1 - C_{ZL})}{\left(1.2 + \frac{134}{v_{40}}\right)^2}$$

donde  $v_{40}$  es la viscosidad cinemática del lubricante elegido a  $40^\circ \text{ C}$  en  $\text{cSt} (\text{mm}^2/\text{s})$ , como se muestra en el punto 2.4.

d)  $Z_V$  es el **coeficiente de velocidad**, que considera la velocidad tangencial sobre la formación de la película de lubricante. Para su obtención se puede utilizar la siguiente expresión:

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2 \cdot (1 - C_{ZV})}{\left(0.8 + \frac{32}{V}\right)^2}$$

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

donde  $V$  es la velocidad tangencial en m/s, y  $C_{ZV}$ , al ser  $S_{HL} > 120 \text{ daN/mm}^2$ , puede hallarse tomando  $S_{HL} = 120 \text{ daN/mm}^2$  en la siguiente expresión:

$$C_{ZV} = 0.85 + 0.08 \cdot \frac{(S_{HL} - 85)}{35}$$

e)  $Z_R$  es el **coeficiente de rugosidad** y considera la influencia de la rugosidad superficial en la formación y comportamiento de la película de lubricante. Se puede definir la rugosidad media:

$$R_{tm} = \frac{(R_{tm1} + R_{tm2})}{2}$$

siendo  $R_{tm1}$  y  $R_{tm2}$  las rugosidades medias del piñón y de la rueda respectivamente. Los valores de rugosidad media expresados en micras dependen de la calidad del dentado. Para este proyecto en concreto, se optará por una calidad  $Q_{ISO} 5$  (mecanizado preciso), que determina una  $R_{tm}$  de 1.4.

Este coeficiente, al igual que los anteriores, depende del valor de  $S_{HL}$ . Para este caso, al ser  $S_{HL}$  mayor de  $120 \text{ daN/mm}^2$ , se puede obtener:

$$Z_R = \left( \frac{3}{R_{tm100}} \right)^{C_{ZR}}$$

siendo:

$$R_{tm100} = \frac{(R_{tm1} + R_{tm2})}{2} \cdot \sqrt{\frac{100}{D_C}}$$

( $D_C$  es la distancia entre centros para cada etapa)

y:

$$C_{ZR} = 0.12 + \frac{100 - S_{HL}}{500} \quad (\text{tomando como } S_{HL} \text{ } 120 \text{ daN/mm}^2).$$

f)  $Z_W$  es el **coeficiente de relación de durezas**, el cual considera el posible deterioro de puede ocasionar sobre la rueda la mayor dureza del piñón. Siendo la dureza del material  $HB_r > 400$ :  $Z_W = 1$

### 2.3.2 Resistencia a la rotura por flexión

La tensión normal máxima admisible por el material ( $S_{FP}$ ), necesaria para determinar la resistencia del diente a flexión, puede calcularse recurriendo al método basado en la resistencia de un engranaje de referencia como:

$$S_{FP} = S_{Fl} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta T} \cdot Y_{RT} \cdot Y_X$$

Cada uno de los anteriores términos se explican a continuación:

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

a)  $S_{FL}$  es la **resistencia límite nominal a flexión** del engranaje de referencia, obtenida en base a una duración de  $3 \cdot 10^6$  ciclos de carga. Puede extraerse de gráficas en función de la dureza de los materiales considerados.

b)  $Y_{ST}$  es el **coeficiente de concentración de tensiones** del engranaje de referencia y toma un valor de 2.1

c)  $Y_{NT}$  es el **coeficiente de duración por flexión**. Se basa en el hecho de que sometiendo al engranaje a un número de ciclos de carga reducido, se puede trabajar con un nivel de tensiones superior. Para cualquier tipo de material:

$$\text{Si } N_L \geq 3 \cdot 10^6 \Rightarrow Y_{NT} = 1$$

d)  $Y_{\delta T}$  es el **coeficiente de sensibilidad relativo a la entalla**. Evalúa las posibles diferencias existentes entre el engranaje de prueba y el estudiado en lo referente al concentrador de tensiones en la base del diente. Se puede estimar su valor a partir del conocimiento del coeficiente de concentración de tensiones  $Y_{sa}$  utilizado en el estudio de la resistencia a flexión. En este caso:

para  $18 \leq z \leq 200$  :

$$Y_{sa} = 2.58282 \cdot 10^{-7} \cdot z^3 - 9.97662 \cdot 10^{-5} \cdot z^2 + 0.01319 \cdot z + 1.43766$$

y, como se trata de acero de temple total con límite elástico de  $80 \text{ daN/mm}^2$ :

$$Y_{\delta T} = 0.8756 + 0.0672 \cdot Y_{sa}$$

e)  $Y_{RrT}$  es el **coeficiente de rugosidad relativa**. Considera la diferencia de rugosidad entre el engranaje de ensayo ( $R_{tmT} = 10$ ) y el de cálculo. Recordando que se había optado por una calidad  $Q_{ISO} 5$ , cuya rugosidad  $R_{tm}$  era de 1.4, para aceros de temple total:

$$Y_{RrT} = 1.674 - 0.529 \cdot (R_{tm} + 1)^{\frac{1}{10}}$$

f)  $Y_X$  es el **coeficiente de tamaño** y tiene en cuenta la disminución de resistencia asociada al aumento de tamaño. Para cualquier tipo de material:

$$m < 5 \Rightarrow Y_x = 1$$

### 2.3.3 Condiciones reales de funcionamiento

Los anteriores coeficientes determinan el comportamiento teórico de los engranajes, comportamiento que difiere considerablemente del funcionamiento normal al que están sometidos dichos engranajes. Es por ello por lo que hay que determinar una serie de coeficientes que aproximen el estudio que se está haciendo a la realidad:

a) **Coficiente de aplicación  $K_A$** : este coeficiente pondera las sobrecargas dinámicas debidas a factores externos al engranaje. Éstas dependen fundamentalmente del tipo de



**DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN.** Por César Núñez Chover.

máquinas motriz y de la arrastrada y, en base a ellas, los valores recomendados de este coeficiente pueden extraerse de tablas.

Para el caso de este proyecto:

- Máquina motriz: motor eléctrico que provoca un movimiento uniforme.
- Máquina arrastrada: cinta transportadora sometida a choques moderados.

Observamos en la tabla:

Características de la máquina motriz	Características de la maquina arrastrada		
	Uniforme	Choques moderados	Choques importantes
Uniforme	1	1.25	1.75
Choques moderados	1.25	1.5	2 o mayor
Choques importantes	1.5	1.75	2.25 o mayor

Tabla 3- Coeficiente de aplicación  $K_A$

En nuestro caso:  $K_A = 1.25$

b) **Coefficiente dinámico  $K_v$** : este coeficiente tiene en cuenta las cargas dinámicas internas debidas a la vibración del piñón o la rueda sobre el árbol. Los factores que más influencia tienen sobre este coeficiente son:

- Errores en el dentado de engranajes
- Momentos de inercia polares de la rueda y el piñón
- La rigidez de los dientes de los engranajes.
- La carga transmitida (comprende al coeficiente de  $K_A$ )

Tomando como base el método simplificado de Henriot, el cual es válido en las siguientes condiciones:

- Sistemas bastante rígidos
- Número de dientes del piñón bajo ( $z_1 < 50$ )
- Relación  $\frac{V \cdot z_1}{100} < 10$

Se puede obtener una estimación de  $K_v$  en función de la velocidad tangencial y la calidad ISO del dentado según:

$$K_v = 1 + B \cdot \frac{V \cdot z_1}{100}$$

donde:

V es la velocidad tangencial en m/s ( $\omega r$ )

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

$z_1$  es el número de dientes del piñón.

B es un coeficiente función de la calidad ISO ( $Q_{ISO}$ ) del engranaje.

Para  $Q_{ISO} = 5$ ,  $B = 0.04$ .

c) **Coefficientes de distribución de carga longitudinal  $K_{F\beta}$  y  $K_{H\beta}$** : Estos coeficientes son diferentes según se trate del estudio a flexión  $K_{F\beta}$  o presión superficial  $K_{H\beta}$ . Con ellos se consideran los problemas debidos a una distribución de carga sobre los dientes de los engranajes diferentes a la supuesta en el cálculo de la de tensiones. Los factores determinantes son:

- Errores de fabricación de los dentados.
- Errores de paralelismo entre los árboles
- Errores de rigidez de los distintos elementos que componen el sistema
- Deformaciones térmicas.

El valor de ambos coeficientes se obtiene también gracias al método simplificado de Henriot, y es función de:

- La calidad ISO
- Anchura del engranaje (b)
- Diámetro primitivo del piñón ( $d_1$ )
- Tipo de ajuste en el proceso de fabricación:
  - a) Se montan los engranajes sin ajustes ni rodajes posteriores
  - b) Los engranajes se ajustan durante el montaje
  - c) Los engranajes tienen previsto un rodaje en el proceso de fabricación

Así pues:

$$K_{H\beta} = H_1 + H_2 \cdot b + H_3 \cdot \left(\frac{b}{d_1}\right)^2$$

$$K_{F\beta} = F_1 + F_2 \cdot b + F_3 \cdot \left(\frac{b}{d_1}\right)^2$$

siendo los coeficientes  $H_i$  y  $F_i$  para b y  $d_1$  en milímetros.

En este caso en concreto, los engranajes se montan sin ajustes ni rodaje posterior y, como ya se ha dicho en apartados anteriores, la calidad de los engranajes es  $Q_{ISO} 5$ , por lo que los coeficientes a utilizar serán:

$$H_1 = 1.11024$$

$$H_2 = 0.00005$$

$$H_3 = 0.17350$$

$$F_1 = 1.09429$$

$$F_2 = 0.00005$$

$$F_3 = 0.15221$$

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

Puede verse que los dos coeficientes dependen del ancho del engranaje, característica que a priori no se conoce, por lo que será necesario suponer un ancho inicial para hallar estos coeficientes e, iterando varias veces, acabar hallando el ancho final que deberán tener los engranajes.

d) **Coefficientes de distribución de carga transversal  $K_{F\alpha}$  y  $K_{H\alpha}$** : Este coeficiente tiene en cuenta que la carga entre los distintos pares de dientes en contacto difiere en cada caso. Depende de las dimensiones de los engranajes, de la precisión del tallado, de la rigidez de los dientes y del valor de la carga tangencial transmitida.

En el caso de dientes rectos de índice de calidad ISO 7 o mejor (más baja):

$$K_{F\alpha} = K_{H\alpha} = 1$$

### 2.3.4 Cálculo de la tensión normal en la base del diente.

En este proyecto se hallará dicha tensión ( $\sigma_{F0}$ ) mediante uno de los tres procedimientos que propone la norma I.S.O. Éste considera la componente tangencial de la carga aplicada en el extremo del diente y una serie de coeficientes correctores que permiten tener una mejor aproximación a la tensión real en la base:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{\epsilon} \cdot Y_{sa}$$

siendo:

-  $Y_{Fa}$  es el **coeficiente de forma para la carga aplicada en el extremo**. Depende de la geometría del diente y, para este caso, con ángulo de presión de  $20^\circ$ , es aplicable la expresión:

$$18 \leq z \leq 400$$

$$Y_{Fa} = 3.02709 \cdot 10^{-9} \cdot z^4 - 2.27098 \cdot 10^{-6} \cdot z^3 + 5.32734 \cdot 10^{-4} \cdot z^2 - 0.04735 \cdot z + 3.63291$$

-  $Y_{\epsilon}$  es el **coeficiente de conducción**. Permite considerar la influencia de la relación de contacto frente al trabajo de flexión en el diente del engranaje y su valor es:

$$Y_{\epsilon} = 0.25 + \left( \frac{0.75}{\epsilon_{\alpha}} \right)$$

donde la relación de conducción  $\epsilon_{\alpha}$  es:

$$\epsilon_{\alpha} = \frac{1}{\pi \cos \alpha} \left[ \sqrt{\frac{z_1^2}{4} \sin^2 \alpha + y_1^2 + z_1 y_1} + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \sin^2 \alpha + y_2^2 + z_2 y_2} - \left( \frac{z_1 + z_2}{2} \right) \sin \alpha \right]$$

siendo  $y_1 = y_2 = 1$  para dientes normales.

-  $Y_{sa}$  es el **coeficiente de concentración de tensiones en la base del diente**. Depende de la geometría del mismo y, para este caso, sabiendo que el ángulo de presión es de  $20^\circ$  y que  $18 \leq z \leq 200$ :

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

$$Y_{sa} = 2.58282 \cdot 10^{-7} \cdot z_1^3 - 9.97662 \cdot 10^{-5} \cdot z_1^2 + 0.01319 \cdot z_1 + 1.43766$$

### 2.3.5 Tensión máxima debida a la presión superficial.

Esta tensión ( $\sigma_{H0}$ ) por el contacto de las superficies de dos dientes. Toma valores distintos para los diferentes puntos del engrane. La norma I.S.O. adopta como criterio de cálculo la obtención de la tensión de Hertz en el punto primitivo, ya que en este punto no existe deslizamiento y, por lo tanto, el efecto hidrodinámico es nulo apareciendo contacto entre los dientes de la rueda y del piñón. La expresión de cálculo para esta tensión es:

$$\sigma_{HO} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\epsilon \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{I+i}{i}} \text{ (daN/mm}^2\text{)}$$

Los coeficientes de la anterior fórmula se describirán a continuación:

-  $Z_H$  es el **coeficiente geométrico que depende del ángulo de presión**. Para engranajes de dientes rectos normales y con ángulo de presión de  $20^\circ$ ,  $Z_H = 2.5$

-  $Z_E$  es el **coeficiente elástico**  $(daN / mm^2)^{1/2}$ . Su expresión general es:

$$Z_E = \sqrt{\frac{I}{\pi \cdot \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

siendo, en el caso de los aceros, el módulo de Young (E) de  $21000 daN/mm^2$  y el coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) de 0.3. En la anterior fórmula se tienen en cuenta tanto para la rueda como para el piñón en contacto.

-  $Z_\epsilon$  es el **coeficiente de conducción**. Éste permite considerar el efecto producido por el reparto de carga entre varios dientes del engranaje. En el caso de dentado recto, la Norma ISO propone la siguiente expresión:

$$Z_\epsilon = \sqrt{\frac{4 - \epsilon_\alpha}{3}}$$

donde  $\epsilon_\alpha$  es la misma relación de conducción utilizada para hallar el coeficiente de conducción para la tensión normal en la base del diente.

-  $i$  es la relación de transmisión de la etapa

Una vez determinadas las tensiones del material y las de funcionamiento en condiciones reales, ya puede pasarse a calcular el ancho de los engranajes teniendo en cuenta los coeficientes de seguridad a flexión y a presión superficial.

### 2.3.6 Coeficiente de seguridad a flexión.

Este coeficiente se define en base a las tensiones definidas anteriormente para la flexión:

$$X_F = \frac{S_{FP}}{\sigma_F}$$

donde:

- $S_{FP}$  es la tensión máxima admisible por el material, definida en el apartado 2.3.2.
- $\sigma_F$  es la tensión normal máxima debida a la flexión que aparece en el dentado del engranaje, calculada a partir de la tensión definida en el apartado 2.3.4 y modificada de acuerdo a las condiciones de funcionamiento mediante las coeficientes del apartado 2.3.3:

$$\sigma_F = \sigma_{FO} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

Sustituyendo valores en la ecuación del coeficiente de seguridad se obtiene la siguiente expresión para el ancho a flexión:

$$b_F = \frac{X_F}{S_{FP} \cdot m} \cdot F_t \cdot Y_{Fa} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_{Sa} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

en la que se tomará como  $X_F = 2.5$  y  $F_t$  en daN. Para hallar este ancho será necesario iterar suponiendo un ancho inicial, ya que los dos últimos coeficientes dependen del ancho final, hasta que la solución converja.

### 2.3.7 Coeficiente de seguridad a presión superficial.

Éste se define como:

$$x_H = \frac{S_{HP}}{\sigma_H}$$

Pero el coeficiente de seguridad frente al deterioro por presión superficial relativo a la potencia o a la fuerza tangencial transmitida es:

$$X_H = x_H = \left( \frac{S_{HP}}{\sigma_H} \right)^2$$

en la que:

- $S_{HP}$  es la tensión máxima de contacto admisible calculada en el apartado 2.3.1.

**DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN.** Por César Núñez Chover.

-  $\sigma_H$  es la tensión máxima debida a la presión superficial dada en el apartado 2.3.5 afectada por los coeficientes de funcionamiento real, de tal forma:

$$\sigma_H = \sigma_{HO} \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}$$

Sustituyendo valores en la ecuación del coeficiente de seguridad definida al principio de este apartado, se obtiene la siguiente expresión para el ancho del engranaje a presión superficial:

$$b_H = X_H \cdot \left( \frac{Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\epsilon}{S_{HP}} \right)^2 \cdot \frac{F_T \cdot (1+i)}{d_1 \cdot i} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}$$

en la que  $F_t$  se sustituirá en daN y  $X_H$  se tomará, al igual que en el caso para flexión, 2.5.

#### **2.4 VISCOSIDAD DEL LUBRICANTE, ESTIMACIÓN INICIAL**

Para determinar la resistencia del diente de engranaje es necesario conocer la viscosidad cinemática del lubricante a una temperatura de 40° C.

La viscosidad absoluta de los aceites SAE puede ser obtenida de la gráfica de la Figura 1. Las viscosidades absoluta ( $\mu$ ) y cinemática ( $\nu$ ) están relacionadas por la densidad del aceite ( $\rho$ ) a través de la siguiente expresión:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Suponiendo que la densidad del aceite es de  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$  se tendrá:

Viscosidad a 40° C		
Grado SAE	Absoluta (mPa s)	Cinemática (mm <sup>2</sup> /s)
10	32	35
20	47	52
30	77	85
40	115	127
50	200	222
60	290	322
70	400	444

Tabla 4- Viscosidad de los aceites SAE a 40° C

Se tomará el mismo aceite para las 2 etapas de reducción.

# DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

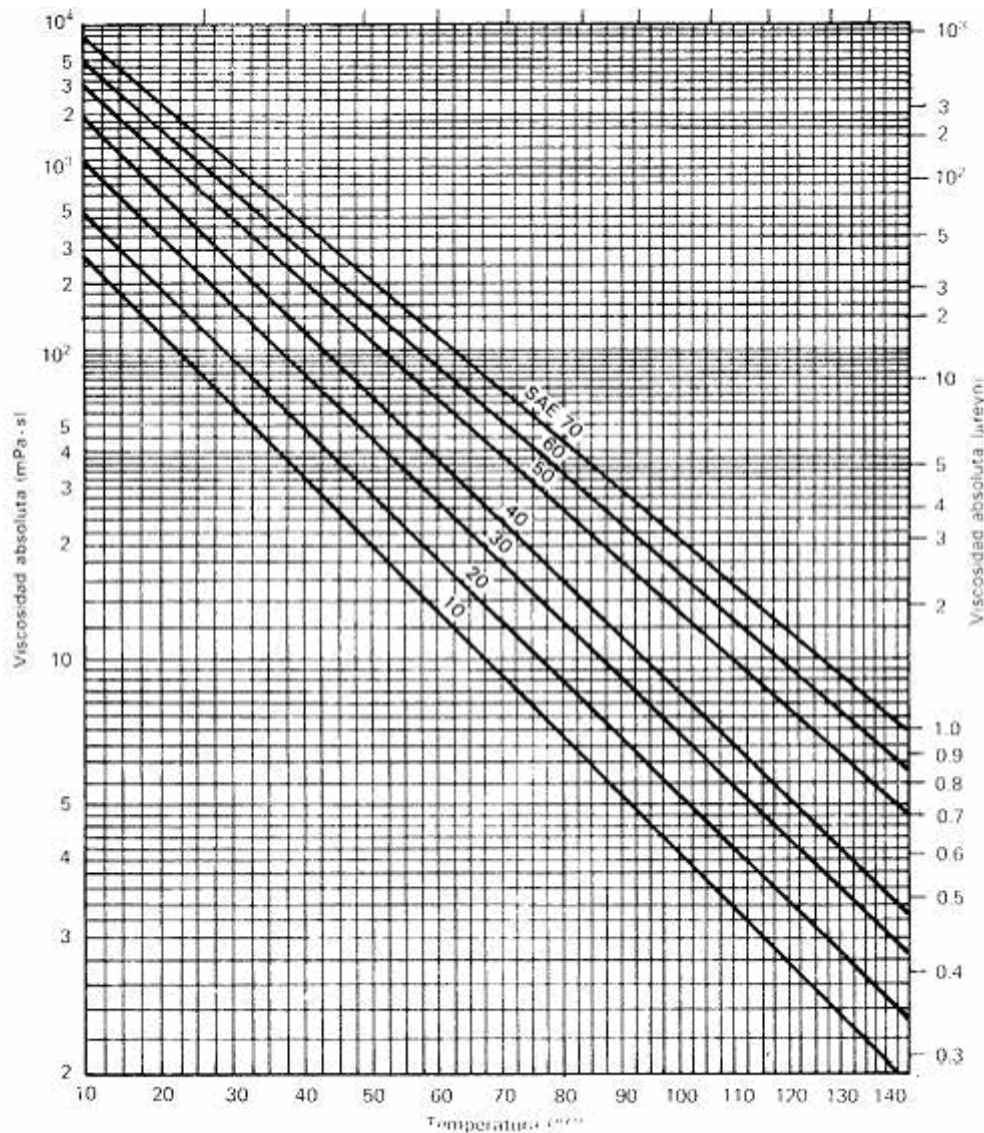


fig. 1- Viscosidad absoluta de aceites SAE

Una vez calculada la anchura del dentado se determinará si el aceite seleccionado es el adecuado según el método UNITED.

## 2.5 DIMENSIONADO DE LA ETAPA 1

Datos:

- Diámetro del eje = 57 mm
- $i = 2.5$
- Profundidad del chavetero y circunferencia base del diente =  $2 \cdot m$
- $Z_{\max} = 150$  dientes

En la figura siguiente tenemos los posibles módulos a utilizar.

**DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN.** Por César Núñez Chover.

m	Dp1	Dp2	Dc	z1	z2	i	Dreal1	Dreal2
0,5	67,85	170,074728	119,25	136	341	2,50735294	68	170,5
0,6	68,3	171,202711	120	114	286	2,50877193	68,4	171,6
0,8	69,2	173,458677	121,6	87	217	2,49425287	69,6	173,6
1	70,1	175,714642	123,5	71	176	2,47887324	71	176
1,25	71,225	178,534599	125	57	143	2,50877193	71,25	178,75
1,5	72,35	181,354556	127,5	49	121	2,46938776	73,5	181,5
2	74,6	186,994469	132	38	94	2,47368421	76	188
2,5	76,85	192,634383	136,25	31	78	2,51612903	77,5	195
3	79,1	198,274297	141	27	67	2,48148148	81	201
4	83,6	209,554124	148	21	53	2,52380952	84	212
5	88,1	220,833951	157,5	18	45	2,5	90	225
6	92,6	232,113778	165	16	39	2,4375	96	234
8	101,6	254,673433	180	13	32	2,46153846	104	256
10	110,6	277,233087	200	12	28	2,33333333	120	280
12	119,6	299,792742	210	10	25	2,5	120	300
16	137,6	344,912051	248	9	22	2,44444444	144	352
20	155,6	390,03136	280	8	20	2,5	160	400
25	178,1	446,430496	325	8	18	2,25	200	450

\*rueda mas de 150 dientes

\*interferencia

fig 2- Etapa 1: Estudio de los posibles módulos a utilizar

El número de dientes seleccionado para la rueda se ha determinado de manera que éste y el número de dientes del piñón no tengan divisores comunes.

### 2.5.1 Cálculo de la anchura de los engranajes

El cálculo de la anchura del dentado se realiza siguiendo un proceso iterativo. Para comenzar el proceso iterativo se supondrá:

Material: acero templado y revenido F 1140 endurecido superficialmente.  
 $S_u = 90 \text{ daN/mm}^2$   
 $S_y = 70 \text{ daN/mm}^2$   
 HB = 525

Lubricante: Aceite SAE 70  
 $\nu_{40} = 444 \text{ mm}^2/\text{s}$

Módulo: 3 mm

El objetivo del dimensionado del ancho de los engranajes es obtener anchos a flexión y presión superficial lo más parecidos posible, cumpliendo la condición de que:

$$b = b_H \geq b_F$$

Posteriormente se comprobará que el ancho obtenido se encuentra en el intervalo:

$$0.5 \cdot d_1 \leq b \leq 2 \cdot d_1$$

siendo  $d_1$  el diámetro de la etapa que se esté considerando.





DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA  
TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

## 2.6 DIMENSIONADO DE LA ETAPA 2

Datos:

- Diámetro del eje = 71 mm
- $i = 2.5$
- Profundidad del chavetero en el cubo = 4.9 mm
- Distancia entre el fondo del chavetero y circunferencia base del diente = 2m
- $Z_{max} = 150$  dientes
- $\omega_2 = 604.48$  rpm

En la figura siguiente tenemos los posibles módulos a utilizar.

m	Dp1	Dp2	Dc	z1	z2	i	Dreal1	Dreal2
0,5	83,05	208,175478	146	167	417	2,49700599	83,5	208,5
0,6	83,5	209,303461	146,7	140	349	2,49285714	84	209,4
0,8	84,4	211,559426	148,4	106	265	2,5	84,8	212
1	85,3	213,815392	150	86	214	2,48837209	86	214
1,25	86,425	216,635349	152,5	70	174	2,48571429	87,5	217,5
1,5	87,55	219,455305	154,5	59	147	2,49152542	88,5	220,5
2	89,8	225,095219	158	45	113	2,51111111	90	226
2,5	92,05	230,735133	162,5	37	93	2,51351351	92,5	232,5
3	94,3	236,375046	166,5	32	79	2,46875	96	237
4	98,8	247,654874	174	25	62	2,48	100	248
5	103,3	258,934701	182,5	21	52	2,47619048	105	260
6	107,8	270,214528	192	18	46	2,55555556	108	276
8	116,8	292,774182	208	15	37	2,46666667	120	296
10	125,8	315,333837	225	13	32	2,46153846	130	320
12	134,8	337,893491	246	12	29	2,41666667	144	348
16	152,8	383,0128	272	10	24	2,4	160	384
20	170,8	428,132109	310	9	22	2,44444444	180	440
25	193,3	484,531245	350	8	20	2,5	200	500

\*rueda mas de 150 dientes

\*interferencia

fig. 4-Etapa 2: Estudio de los posibles módulos a utilizar

### 2.6.1 Cálculo de la anchura de los engranajes

El cálculo de la anchura de los engranajes se realiza siguiendo el mismo proceso iterativo que para la 1ª etapa.

Material: acero templado y revenido F 1140 endurecido superficialmente.

$$S_u = 90 \text{ daN/mm}^2$$

$$S_y = 70 \text{ daN/mm}^2$$

$$HB = 525$$

Lubricante: Aceite SAE 70

$$\nu_{40} = 444 \text{ mm}^2/\text{s}$$

Módulo: 4 mm



## 2.7 COMPROBACIÓN DEL ACEITE

### Método UNITED

Este método es aplicable a engranajes con velocidades y cargas medias, donde la carga se evalúa por medio de la variable K, siendo

$$K = \frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{i+1}{i}$$

donde  $F_t$  (daN),  $b$  (mm),  $d_1$  (mm)

El lubricante adecuado se obtiene a partir de su viscosidad a 38° C ( $\mu_{38}$ ) calculada a partir de la relación ( $K/v_t$ ), por medio de las siguientes expresiones empíricas, donde  $v_t$  es la velocidad tangencial

Para temperatura ambiente entre 10 y 25° C;

si  $2.5 \cdot 10^{-4} \leq K/v_t \leq 2$  y  $v_t \leq 20$

$$\lg(\mu_{38}) = -0.02767 \cdot \left[ \lg\left(\frac{K}{v_t}\right) \right]^3 - 0.10865 \cdot \left[ \lg\left(\frac{K}{v_t}\right) \right]^2 + 0.3263 \cdot \lg\left(\frac{K}{v_t}\right) + 3.00079$$

#### 1ª ETAPA:

$$v_t = \frac{d_1 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \frac{\omega_1 \cdot 2\pi}{60} = \frac{81 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \frac{1500 \cdot 2\pi}{60} = 6.36 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{864.54}{59 \cdot 81} \cdot \frac{2.48 + 1}{2.48} = 0.10$$

$$\begin{aligned} \lg(\mu_{38}) &= -0.02767 \cdot \left[ \lg\left(\frac{0.10}{6.36}\right) \right]^3 - 0.10865 \cdot \left[ \lg\left(\frac{0.10}{6.36}\right) \right]^2 + 0.3263 \cdot \lg\left(\frac{0.10}{6.36}\right) + 3.00079 \\ &= 2.23 \end{aligned}$$

$$\mu_{38} = 10^{2.23} = 172.2 \text{ mPa} \cdot \text{s} \Rightarrow v_{38} = \frac{\mu_{38}}{\rho_{aceite}} = \frac{172200}{900} = 191.33 \text{ mm}^2/\text{s}$$

$v_{38} = 191.33 \text{ mm}^2/\text{s} < v_{40} = 444.44 \text{ mm}^2/\text{s}$  por lo tanto el aceite es **válido**.

#### 2ª ETAPA:

$$v_t = \frac{d_1 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \frac{\omega_1 \cdot 2\pi}{60} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \frac{604.83 \cdot 2\pi}{60} = 3.17 \text{ m/s}$$

DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA  
TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

$$K = \frac{1736.70}{97 \cdot 81} \cdot \frac{2.48 + 1}{2.48} = 0.25$$

$$\lg(\mu_{38}) = -0.02767 \cdot \left[ \lg\left(\frac{0.25}{3.17}\right) \right]^3 - 0.10865 \cdot \left[ \lg\left(\frac{0.25}{3.17}\right) \right]^2 + 0.3263 \cdot \lg\left(\frac{0.25}{3.17}\right) + 3.00079$$

$$= 2.55$$

$$\mu_{38} = 10^{2.55} = 358.15 \text{ mPa} \cdot \text{s} \Rightarrow v_{38} = \frac{\mu_{38}}{\rho_{\text{aceite}}} = \frac{358150}{900} = 397.95 \text{ mm}^2/\text{s}$$

$v_{38} = 397.95 \text{ mm}^2/\text{s} < v_{40} = 444.44 \text{ mm}^2/\text{s}$  por lo tanto el aceite es **válido**.

## 2.8 RESUMEN DE LOS RESULTADOS

<b>Etap</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>m (mm)</b>	3	4
<b>i</b>	2.4814	2.48
<b>Z<sub>1</sub></b>	27	25
<b>Z<sub>2</sub></b>	66	62
<b>F<sub>t</sub> (N)</b>	8645.45	17366.99
<b>F<sub>r</sub> (N)</b>	3146.69	6321.07
<b>Φ<sub>piñón</sub> (mm)</b>	81	100
<b>Φ<sub>rueda</sub> (mm)</b>	201	248
<b>D<sub>centros</sub></b>	141	174
<b>Material</b>	F1140	F1140
<b>S<sub>HL</sub> (daN/mm<sup>2</sup>)</b>	125	125
<b>S<sub>FL</sub> (daN/mm<sup>2</sup>)</b>	30	30
<b>b<sub>f</sub></b>	52.20	79.28
<b>b<sub>h</sub></b>	58.02	96.36
<b>0.5 Φ<sub>piñón</sub> (mm)</b>	40.5	50
<b>2 Φ<sub>piñón</sub> (mm)</b>	162	200
<b>b (mm)</b>	59	97
<b>μ<sub>38</sub> necesaria (mm<sup>2</sup>/s) (Método UNITED)</b>	152.7	313.54
<b>μ<sub>40</sub> Aceite</b>	400 (cumple)	400 (cumple)

Tabla 7- Resumen de datos de los ejes de los engranajes

## 3 DISEÑO DE LOS EJES

### 3.1 DATOS GENERALES

Los materiales del eje de entrada y eje intermedio serán los mismos que los de los engranajes, debido a que se van a labrar en el mismo para el caso de los piñones por problemas de holgura para unirlos mediante chavetas. Dicho material será:

# DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

$$S_u = 900 \text{ MPa}$$

$$S_y = 700 \text{ MPa}$$

$$HB = 525$$

Proceso de fabricación: Mecanizado.

Confiabilidad cálculos a fatiga: 99%

## 3.2 SELECCIÓN DE LA CONFIGURACIÓN

Se ha optado por esta configuración:

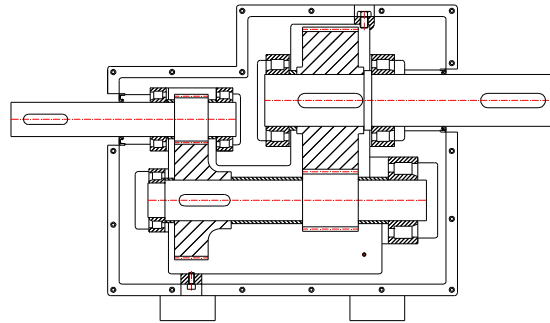


fig.6 – Disposición del reductor.

## 3.3 CALCULO A FATIGA

El cálculo de diámetros mínimos por fatiga se realizará en todas las secciones de los ejes en las que el diámetro no esté definido por la rigidez a torsión. En estas secciones únicamente se comprobará que el coeficiente de seguridad es superior al indicado en las especificaciones.

En el proceso de cálculo se considerará lo siguiente:

- Vida infinita
- Criterio de Soderberg para la consideración de tensiones medias.
- Criterio de Máxima tensión tangencial para estudiar el problema estático equivalente.

Por lo tanto, teniendo en cuenta que no aparecen esfuerzos axiales en el eje, la ecuación que permite determinar el diámetro en cada una de las secciones de los ejes será:

$$d^3 = \frac{32X}{\pi \cdot S_y} \sqrt{\left( M_m + \frac{S_y}{S_e} M_a \right)^2 + \left( T_m + \frac{S_{sy}}{S_{se}} T_a \right)^2}$$

Teniendo en cuenta además que solamente aparecen en los ejes momentos flectores que producen tensiones alternantes debido al giro del eje y momentos torsores medios, la ecuación anterior se simplifica:

$$d^3 = \frac{32X}{\pi \cdot S_y} \sqrt{\left( \frac{S_y}{S_e} M_a \right)^2 + (T_m)^2}$$

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

Evidentemente la utilización de esta expresión requerirá el planteamiento de un proceso iterativo ya que el valor del límite de fatiga en cada sección ( $S_e$ ) será en función de la propia geometría a evaluar.

En las secciones donde el diámetro esté previamente definido por la rigidez a torsión, la comprobación de que en ellas el coeficiente de seguridad es superior al indicado en las especificaciones se realizará mediante la expresión:

$$X = \frac{\pi S_y d^3}{32 \sqrt{\left(\frac{S_y}{S_e} M_a\right)^2 + T_m^2}}$$

En cada una de las secciones de interés de cada uno de los ejes será por tanto necesario determinar los valores de  $M_a$  y  $T_m$ , así como el valor de  $S_e$ . Este último valor se estimará mediante la expresión:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e \frac{1}{K_f} S'_e$$

Los valores de los distintos términos de la ecuación anterior (que corresponden a cargas de flexión) se calcularán de la siguiente forma:

### **Factor de superficie, $K_a$**

Teniendo en cuenta que el eje es mecanizado:

$$K_a = a(S_u)^c = 4.51 \cdot (900)^{-0.265} = 0.735$$

### **Factor de tamaño, $K_b$**

Se utilizará como  $K_b = 0.75$  para diámetros mayores de 51 mm.

### **Factor de tipo de carga, $K_c$**

Puesto que la carga a considerar es de flexión, se tendrá:

$$K_c = 1$$

### **Factor de temperatura, $K_d$**

La temperatura de trabajo del eje en el interior del reductor se ha estimado en 50 °C. A esa temperatura este factor toma el valor 1.01. Como se ve la mejora en el comportamiento a fatiga a consecuencia de la temperatura de trabajo es prácticamente despreciable, por lo que se considerará:

$$K_d = 1$$

### **Otras influencias, $K_e$ (Confiabilidad)**

**DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN.** Por César Núñez Chover.

Para una confiabilidad del 99% se tiene:

$$K_e = 0.814$$

**Factor de reduccion del límite de fatiga,  $K_f$**

La expresión que permite determinar este factor es:

$$K_f = 1 + q(k_t - 1)$$

El factor de sensibilidad de entalla q se determinará mediante la expresión:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

Donde el valor de la constante del material  $\alpha$  se puede estimar según la expresión propuesta por Peterson:

$$\alpha = 0.025 \frac{2070MPa}{S_u} mm = 0.025 \frac{2070}{900} = 0,0575mm$$

Y  $\rho$  es el radio de acuerdo en el cambio de sección. En las secciones no restringidas el radio de acuerdo será de 2 mm, por lo tanto, el factor de sensibilidad de la entalla q en las mismas será:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0.0575}{2}} = 0.972$$

Se tendrá en cuenta que debido a la utilización de chavetas se introduce en las secciones correspondientes un concentrador de tensiones. La tabla siguiente muestra los valores de  $K_f$  a utilizar en los cálculos de fatiga.

	Chaveta	Tipo patín (bañera)	Tipo perfilado	
Acero	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Recocido (<200 BHN)	1.3	1.3	1.6	1.3
Templado (>200 BHN)	1.6	1.6	2.0	1.6

Tabla 8- Factores de reducción del límite de fátiga  $K_f$

Se considerará que se utilizan chavetas Tipo perfilado. Puesto que la dureza HB del material es superior a 200, el valor de  $K_f$  a considerar será:

$$K_f = 2$$

**Límite de fátiga del material,  $S'_e$**

Este límite se puede estimar como:

$$S'_e = 0.5 \cdot 900MPa = 450MPa$$



DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

**Límite de fatiga de cada sección,  $S_e$**

Con los datos anteriores se tendrá que

$$S_e = 0.735 \cdot 0.75 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0.814 \cdot \frac{1}{K_f} 450 \text{MPa} \Rightarrow S_e = \frac{K_b}{K_f} 269,2305 \text{MPa}$$

**3.3.1 Eje de entrada**

**3.3.1.1 Esquema del Eje**

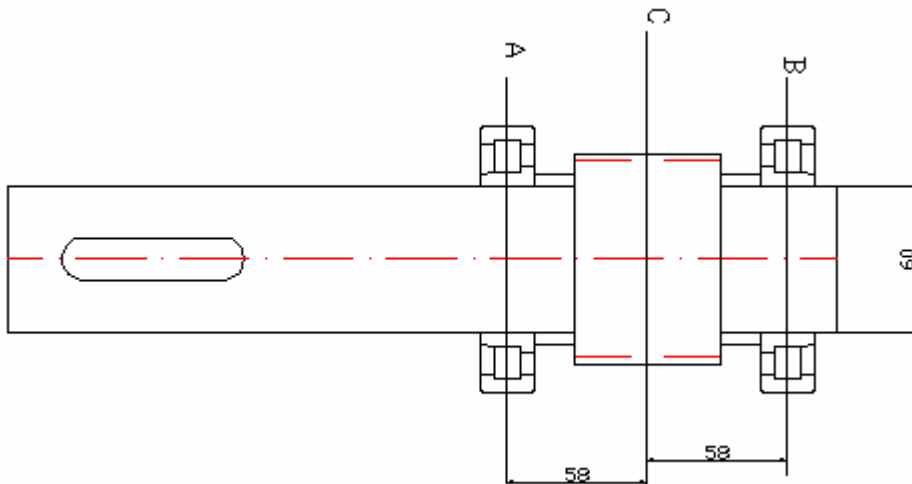


fig. 7- Esquema del árbol de entrada

**Secciones:**

A: distancia a la que tiene lugar el efecto de la reacción en el apoyo

B: distancia a la que tiene lugar el efecto de la reacción en el apoyo

C: distancia a la que tiene lugar el efecto de las fuerzas del piñón de la 1ª etapa.

**3.3.1.2 Fuerzas sobre el eje.**

Por un lado se tendrá que considerar la torsión que aparece en el eje entre su extremo izquierdo y la sección C. Entre estas secciones el par torsor a considerar es:

$$T = 350.14 \text{ N m}$$

En el eje solamente se tendrá la fuerza total que aparece en el engranaje (composición vectorial de las fuerzas radial y tangencial) y las correspondientes reacciones en los rodamientos. Debido a esto la flexión estará contenida en un único plano.

DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

DIAGRAMA DE FLECTORES SOBRE EL EJE

El diagrama de flectores en el plano de flexión es el siguiente:

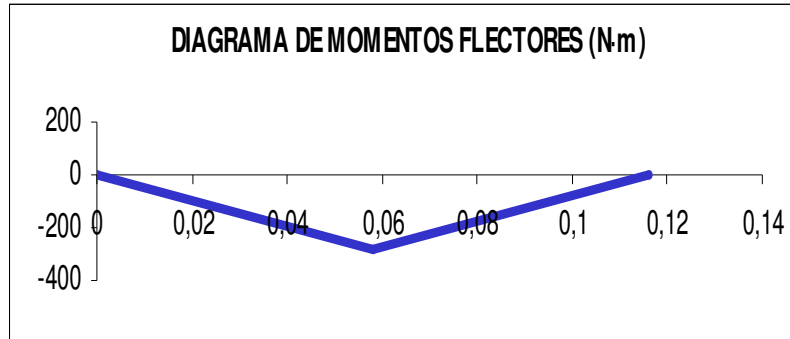


fig. 8- Diagrama de momentos flectores en el eje de entrada.

RESUMEN DE SOLICITACIONES SOBRE CADA SECCIÓN:

Las reacciones que se obtienen en los rodamientos son las siguientes:

Rodamiento	Reacción Total (N)
A	4807.9
B	4807.9

Tabla 9- Eje de entrada. Reacciones en rodamientos.

La tabla siguiente muestra los esfuerzos sobre cada una de las secciones de interés en el eje.

Sección	A	C	B
M <sub>tot</sub> (Nm)	0	557.71	0
T(Nm)	250.14	250.14	0

Tabla 10- Eje de entrada. Solicitaciones sobre las secciones.

**3.3.1.3 Resultados del cálculo a fatiga.**

**Comprobación del coeficiente de seguridad en la sección C**

$$X = \frac{\pi S_y d^3}{32 \sqrt{\left(\frac{S_y}{S_e} M_a\right)^2 + T_m^2}}$$

Sección	M <sub>tot</sub> (Nm)	T(Nm)	d (m)	K <sub>b</sub>	K <sub>f</sub>	S <sub>e</sub> (MPa)	X
C	557.71	250.14	0.060	0.75	1	201.92	7.69

Tabla 11- Eje de entrada. Cálculo de X en la sección C

Siendo la sección C la más comprometida del eje y cumpliendo con el coeficiente de seguridad se puede asegurar que el resto del eje cumple.

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

En la sección C como se ha optado por labrar el engranaje en eje, no hay efecto del concentrador de tensiones ( $K_f=1$ ), y aunque ciertamente el diámetro sería mayor al que figura en la tabla, se puede corroborar que cumpliendo con el diámetro del eje a torsión no hay necesidad de rehacer los cálculos con el diámetro con la sección del engranaje.

### 3.3.2 Eje intermedio

#### 3.3.2.1 Esquema del eje

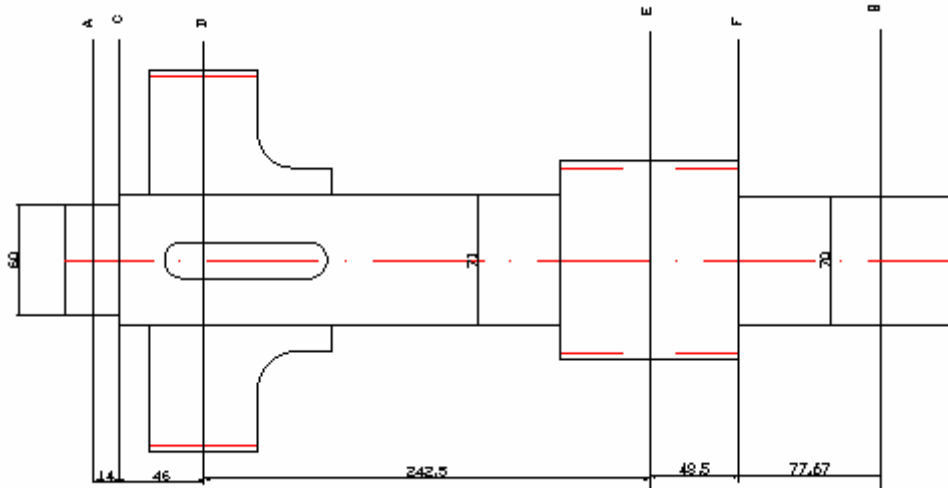


fig. 9 – Esquema del árbol intermedio

#### Secciones:

A: distancia a la que tiene lugar el efecto de la reacción en el apoyo

B: distancia a la que tiene lugar el efecto de la reacción en el apoyo

C: distancia a la cual tiene lugar el cambio de sección del árbol

D: distancia a la que tiene lugar el efecto de las fuerzas de la rueda de la 1ª etapa.

E: distancia a la que tiene lugar el efecto de las fuerzas del piñón de la 2ª etapa

F: distancia a la cual empieza el cambio de sección del árbol

#### 3.3.2.2 Fuerzas sobre el eje

Por un lado tendrá que considerar la torsión que aparece en el eje entre las secciones D y E. Entre estas secciones el par torsor a considerar es:

$$T = 620.7 \text{ Nm}$$

Puesto que en este eje aparecen fuerzas en los engranajes que no están contenidas en el mismo plano, se tendrán que proyectar sobre 2 planos perpendiculares entre si. Las fuerzas del plano vertical y del plano horizontal que aparecen en la sección D (rueda de la 1ª etapa) son:

$$F_{r1} = -3146.69 \text{ N}$$

$$F_{t1} = -8645.45 \text{ N}$$

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

Las fuerzas en el plano vertical y horizontal que aparecen en la sección E (piñón de la 2ª etapa) son:

$$F_{r2} = -6321.07 \text{ N}$$

$$F_{t2} = 17366.99 \text{ N}$$

### DIAGRAMA DE MOMENTOS FLECTORES SOBRE EL EJE. PLANO HORIZONTAL.

El diagrama de momentos flectores sobre el plano horizontal es:

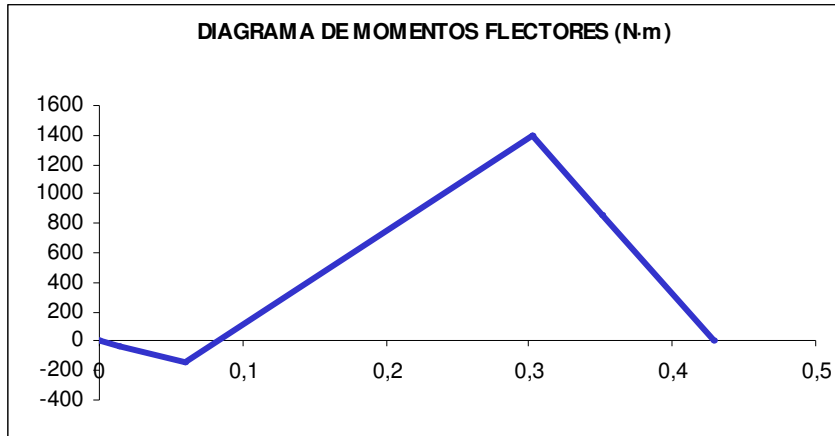


fig. 10- Diagrama de momentos flectores horizontales en el eje de intermedio

### DIAGRAMA DE FLECTORES SOBRE EL EJE. PLANO VERTICAL.

El diagrama de flectores en este plano es:

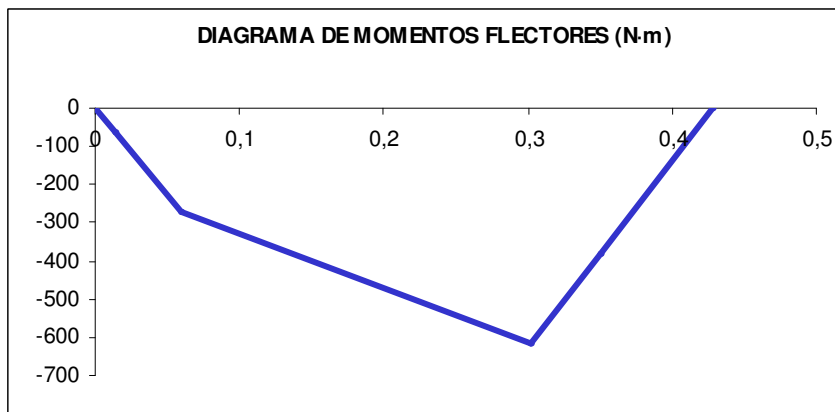


fig. 11- Diagrama de momentos flectores verticales en el eje de intermedio

### MOMENTO TOTAL EN CADA SECCIÓN DEL EJE

El siguiente diagrama muestra el módulo del momento flector en cada una de las secciones de este eje, obtenido como composición de los momentos en los planos vertical y horizontal:

$$M_{tot} = \sqrt{M_v^2 + M_h^2}$$

**DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN.** Por César Núñez Chover.

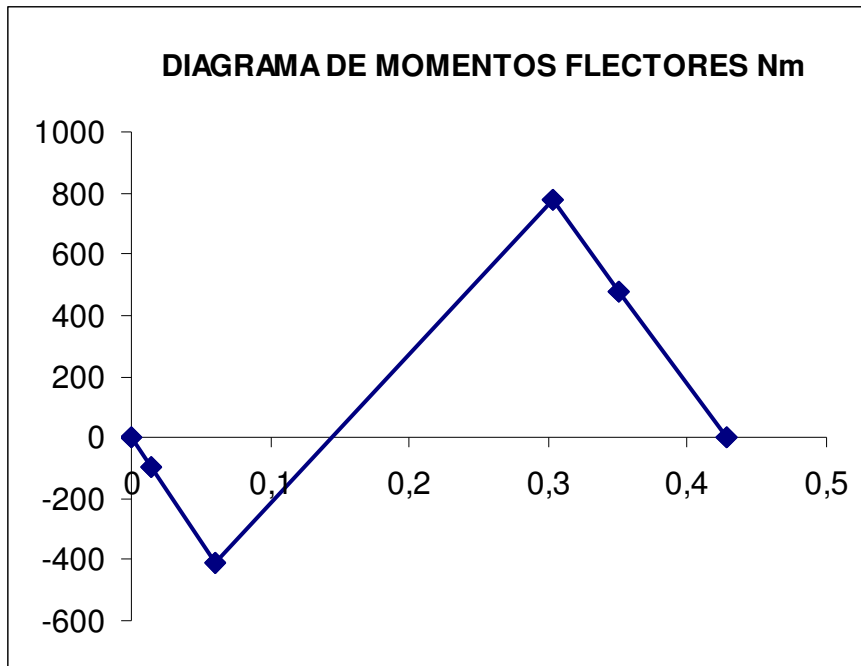


fig. 12- Diagrama de momentos flectores totales en el eje de intermedio

**RESUMEN DE SOLICITACIONES SOBRE CADA SECCIÓN.**

Las reacciones que se obtienen en los rodamientos son las siguientes:

Rodamiento	Reacción Horizontal	Reacción Vertical	Reacción Total (N)
A	2323.76	4566.73	5123.95
B	-11045.29	4901.03	12083.81

Tabla 12- Eje intermedio. Reacciones en los apoyos.

La tabla siguiente muestra los esfuerzos sobre cada una de las secciones de interés en el eje.

Sección	A	C	D	E	F	B
M <sub>v</sub> (Nm)	0	-47.2	-188.8	-797.52	-490.95	0
M <sub>h</sub> (Nm)	0	-129.68	-518.72	2191.19	1348.89	0
M <sub>tot</sub> (Nm)	0	138	552.02	2332.82	1435.46	0
T(Nm)	0	0	620.7	620.7	0	0

Tabla 13- Eje intermedio. Reacciones en los rodamientos

**3.3.2.3 Resultados de fatiga**

**Comprobación del coeficiente de seguridad en las secciones D y E.**

$$X = \frac{\pi S_y d^3}{32 \sqrt{\left(\frac{S_y}{S_e} M_a\right)^2 + T_m^2}}$$



**DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN.** Por César Núñez Chover.

$$F_r = 6321.06 \text{ N}$$

$$F_t = 17366.99 \text{ N}$$

Cuya fuerza resultante es:  $F = 18481.56 \text{ N}$

**DIAGRAMA DE FLECTORES SOBRE EL EJE**

El diagrama de flectores en el plano de flexión del eje es el siguiente:

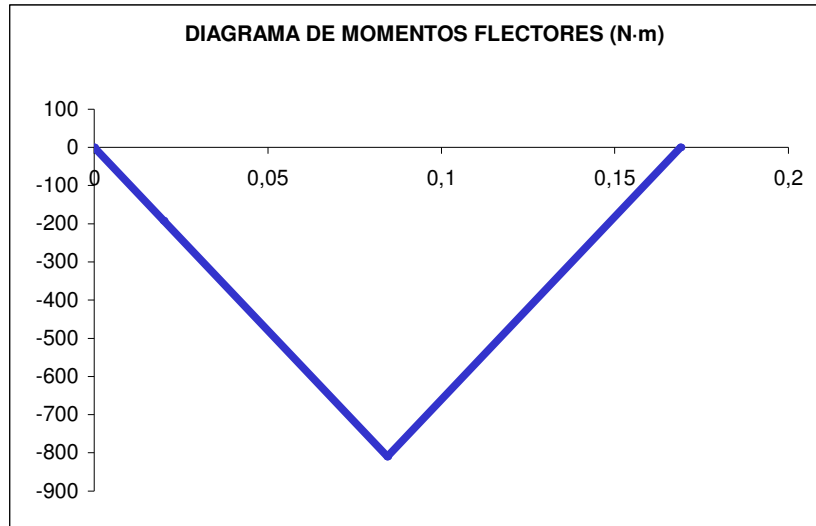


fig. 14 – Diagrama de momentos flectores del eje de salida

**RESUMEN DE SOLICITACIONES SOBRE CADA SECCION.**

Las reacciones que se obtienen en los rodamientos son las siguientes:

Rodamiento	Reacción Total (N)
A	9581.95
B	9581.95

Tabla 15- Eje de salida. Reacciones en rodamientos.

La tabla siguiente muestra los esfuerzos sobre cada una de las secciones de interés en el eje.

Sección	A	C	B
$M_{tot}(\text{Nm})$	0	1700.3	0
$T(\text{Nm})$	0	2153.5	2153.5

Tabla 16- Eje de salida. Solicitaciones sobre las secciones.

**3.3.3.3 Resumen de resultados a fatiga**

**Comprobación del coeficiente de seguridad en la sección C**

$$X = \frac{\pi S_y d^3}{32 \sqrt{\left(\frac{S_y}{S_e} M_a\right)^2 + T_m^2}}$$

**DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN.** Por César Núñez Chover.

Sección	M <sub>tot</sub> (Nm)	T(Nm)	d(m)	K <sub>b</sub>	K <sub>f</sub>	S <sub>e</sub> (MPa)	X
C	1700.3	2153.5	0.09	0.75	2	168.75	6.79

Tabla 17- Eje de salida. Cálculo de X en la sección C.

El coeficiente de seguridad obtenido es superior al necesario según las especificaciones.

### 3.4 DEFLEXIÓN LATERAL

En los apartados siguientes se muestran los resultados de deflexión angular y lateral que se obtienen con los diámetros calculados en las secciones anteriores en cada uno de los ejes. En ellos se comprueba que los resultados obtenidos corresponden a pendientes y deflexiones inferiores a las limitaciones normalmente especificadas:

- En engranajes separaciones inferiores a 0.1 mm y pendientes menores que 0.03
- En ejes de transmisión deflexión lateral inferior a 1 mm/m.

#### 3.4.1 Eje de entrada

E(N/m<sup>2</sup>) 2,1000E+11  
 Factor Def -1,00 (Negativo => automático)  
 Num Secciones 3  
 Secc Rod A 1  
 Secc Rod B 3

Reacc en A(N) 4600,15  
 Reacc en B(N) 4600,15

Instrucc.: 1.- Rellenar las casillas en color verde.  
 2.- Pulsar **Ctrl+R**. Los resultados más significativos en texto rojo

Signos: Fuerzas y despl positivos hacia arriba  
 Momentos positivos en sentido horario

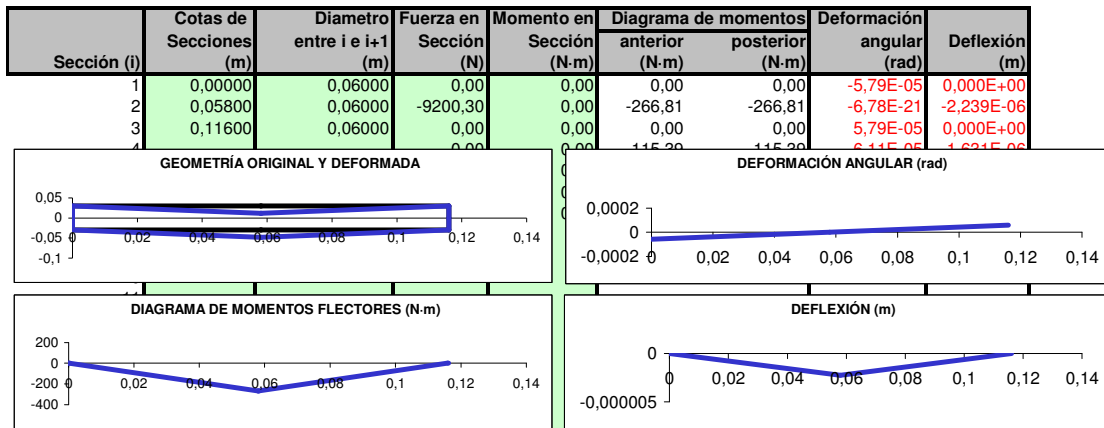


fig. 15- Eje de entrada. Deflexión angular y lateral.



# DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

## 3.4.2 Eje intermedio, plano horizontal

**E(N/m<sup>2</sup>)** 2,1000E+11  
**Factor Def** -1,00 (Negativo => automático)  
**Num Secciones** 6  
**Secc Rod A** 1  
**Secc Rod B** 6

**Instrucc.:** 1.- Rellenar las casillas en color verde.  
 2.- Pulsar **Ctrl+R**. Los resultados más significativos en texto rojo

**Signos:** Fuerzas y despl positivos hacia arriba  
 Momentos positivos en sentido horario

Reacc en A(N)	2323,76
Reacc en B(N)	-11045,29

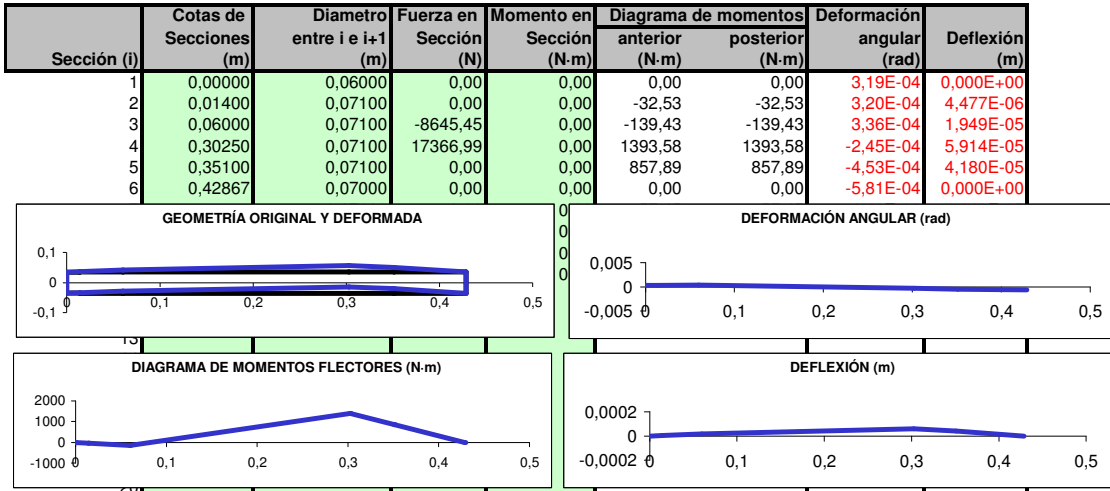


fig. 16- Eje intermedio, plano horizontal. Deflexión angular y lateral.

## 3.4.3 Eje intermedio, plano vertical

**E(N/m<sup>2</sup>)** 2,1000E+11  
**Factor Def** -1,00 (Negativo => automático)  
**Num Secciones** 6  
**Secc Rod A** 1  
**Secc Rod B** 6

**Instrucc.:** 1.- Rellenar las casillas en color verde.  
 2.- Pulsar **Ctrl+R**. Los resultados más significativos en texto rojo

**Signos:** Fuerzas y despl positivos hacia arriba  
 Momentos positivos en sentido horario

Reacc en A(N)	4566,73
Reacc en B(N)	4901,03

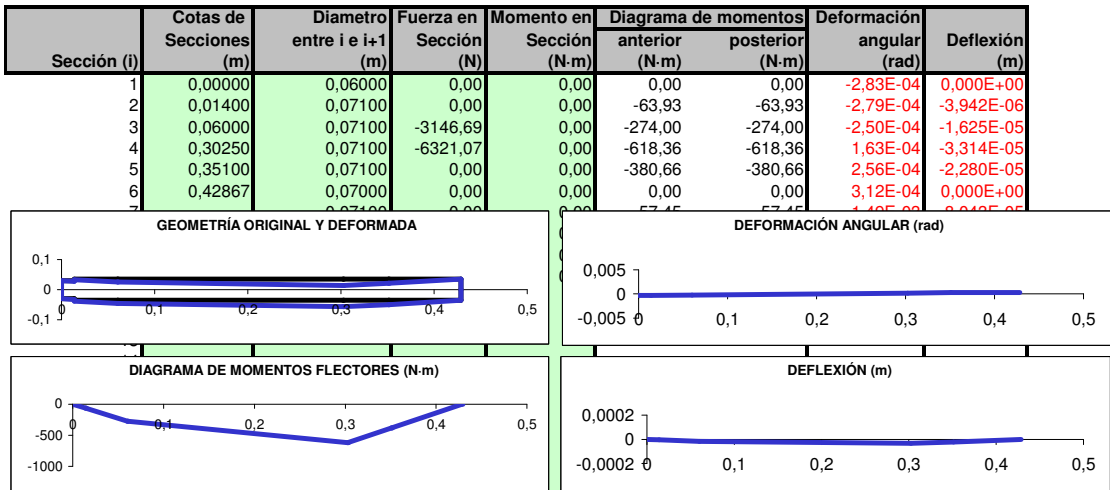


fig. 17- Eje intermedio, plano vertical. Deflexión angular y lateral.

# DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

## 3.4.4 Eje de salida

**E(N/m<sup>2</sup>)** 2,1000E+11  
**Factor Def** -1,00 (Negativo => automático)  
**Num Secciones** 5  
**Secc Rod A** 1  
**Secc Rod B** 5

**Instrucc.:** 1.- Rellenar las casillas en color verde.  
 2.- Pulsar **Ctrl+R**. Los resultados más significativos en texto rojo.

**Signos:** Fuerzas y despl positivos hacia arriba  
 Momentos positivos en sentido horario

**Reacc en A(N)** 9581,95  
**Reacc en B(N)** 9581,95

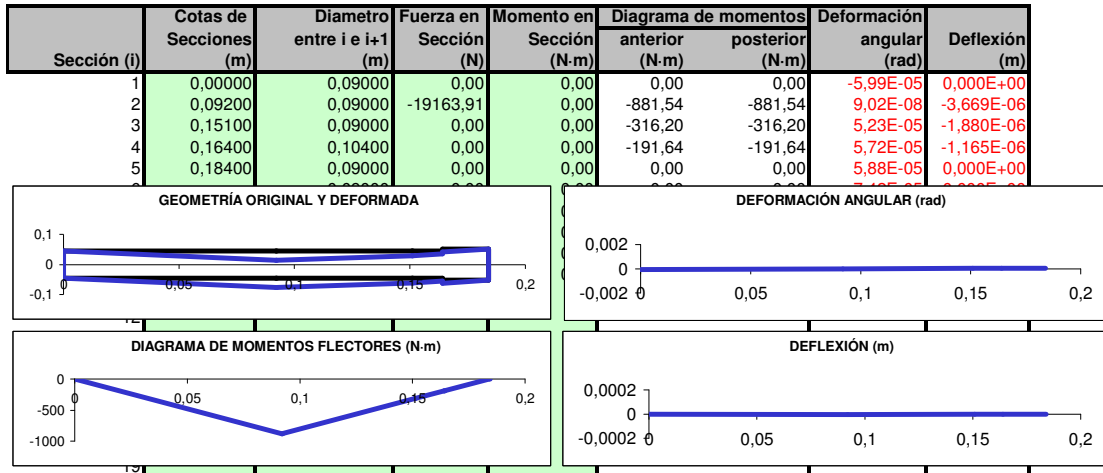


fig. 18- Eje de salida. Deflexión angular y lateral.

## 4 RODAMIENTOS

### 4.1 CÁLCULO DE RODAMIENTOS

Para el cálculo de los diferentes rodamientos se considerarán los diámetros mínimos de eje a torsión y a fatiga calculados anteriormente.

El cálculo de los rodamientos se realizará utilizando la siguiente expresión:

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \frac{10^6}{60n} \left( \frac{C}{F} \right)^q$$

Por tanto, la capacidad dinámica de carga necesaria se calculará mediante la expresión:

$$C = F \left( \frac{L60n}{a_1 \cdot a_{23} \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{q}}$$

El reductor de velocidad se preverá para un uso de 8 horas a plena carga, siendo su funcionamiento fiable de gran importancia. En este caso resulta adecuado suponer que la vida de todos los rodamientos ha de ser al menos de 30.000 horas. Por lo tanto se tomará:

$$L = 30.000 \text{ horas}$$

Se han supuesto 2 posibles tipos de rodamientos, rígidos de bolas y de rodillos cilíndricos. Para cada uno de ellos se tendrá:

## DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

$$q_{\text{bolas}} = 3 \text{ (contacto puntual)}$$

$$q_{\text{rodillos}} = 10/3 \text{ (contacto lineal)}$$

En el cálculo de los rodamientos se considerará una probabilidad de fallo del 98%, por lo tanto el coeficiente por fiabilidad  $a_1$  valdrá:

$$a_1 = 0.35$$

Para el cálculo del coeficiente por condiciones de trabajo  $a_{23}$  se supondrá que la temperatura de trabajo del lubricante será de  $40^\circ$ . Por otro lado en la lubricación de los rodamientos se utilizará el mismo aceite que el usado para lubricar los engranajes, es decir:

$$\text{Aceite SAE70} \quad v_{40} = 444.44 \text{ mm}^2/\text{s}$$

Puesto que en la máquina arrastrada se pueden producir choques fuertes, la fuerza a considerar será el producto de la reacción a transmitir por el rodamiento multiplicada por el llamado factor de servicio. Para el caso de impactos fuertes se tendrá:

$$F = 2.5 \cdot \text{Re acción (Para rodamientos de bolas)}$$

$$F = 1.7 \cdot \text{Re acción (Para rodamientos de rodillos)}$$

### 4.1.1 Eje de entrada

#### 4.1.1.1 Rodamientos A y B

Dado que las fuerzas en los apoyos A y B son iguales, debido a que para el diámetro usado (siendo el mismo en ambos apoyos) con las respectivas fuerzas dan una carga dinámica mayor que la del catalogo de rodamientos de bolas a usar, se usarán para ambos apoyos los mismos rodamientos. Rodillos cilíndricos.

Tipo de rodamiento = Rodillo cilíndrico

Diámetro interior  $d = 60 \text{ mm}$

Velocidad de giro  $n = 1500 \text{ rpm}$

$$\text{Reacción: } F = 1.7 \cdot 4600.15 \text{ N} = 7820.25 \text{ N}$$

$$C = 7820.25 \left( \frac{30000 \cdot 60 \cdot 1500}{0.35 \cdot 1 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{3.333}} = 114.65 \text{ KN}$$

En la tabla de la figura se ve el rodamiento seleccionado:

DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

Principal dimensions			Basic load ratings		Fatigue load limit	Speed ratings		Mass	Designation
d	D	B	dynamic C	static C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Lubrication			Selected bearing
mm	mm	mm	N	N	N	grease	oil	kg	-
55	140	33	142000	140000	18600	4800	5600	2.55	SKF NJ 411
60	95	18	37400	44000	5300	6700	8000	0.48	SKF NJ 1012 MA
60	110	22	93500	102000	13400	5300	6300	0.83	SKF NJ 212 ECP
60	110	28	128000	153000	20000	5300	6300	1.10	SKF NJ 2212 ECP
60	130	31	151000	160000	20800	4300	5000	1.90	SKF NJ 312 ECP
60	130	46	224000	265000	34500	4300	5000	2.80	SKF NJ 2312 ECP
60	150	35	168000	173000	22000	4300	5000	3.10	SKF NJ 412
65	120	23	106000	118000	15600	4800	5600	1.05	SKF NJ 213 ECP

fig. 19- Selección de los rodamientos del eje de entrada.

La carga dinámica es mayor que la necesaria:

$$128 \text{ KN} > 114.65 \text{ KN} \text{ luego el rodamiento es válido.}$$

#### 4.1.2 Eje intermedio

##### 4.1.2.1 Rodamiento A

Tipo de rodamiento = rodillo cilíndrico

Diámetro interior d = 60 mm

Velocidad de giro n = 604.5 rpm

Reacción F = 1.7

La reacción en el apoyo es el resultado de la combinación de las fuerzas en el plano vertical y el plano horizontal:

$$R_A = \sqrt{R_r^2 + R_t^2} = \sqrt{2323.76^2 + 4566.73^2} = 5123.95 \text{ N}$$

Reacción:  $F = 1.7 \cdot 5132.95 \text{ N} = 8710.72 \text{ N}$

$$C = 8710.72 \left( \frac{30000 \cdot 60 \cdot 1500}{0.35 \cdot 1 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{3.333}} = 127.71 \text{ KN}$$

DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA  
TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

En la tabla de la figura se ve el rodamiento seleccionado:

Principal dimensions			Basic load ratings		Fatigue load limit	Speed ratings		Mass	Designation
d	D	B	dynamic C	static C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Lubrication			Selected bearing
mm	mm	mm	N	N	N	grease	oil	kg	-
55	140	33	142000	140000	18600	4800	5600	2.55	SKF NJ 411
60	95	18	37400	44000	5300	6700	8000	0.48	SKF NJ 1012 MA
60	110	22	93500	102000	13400	5300	6300	0.83	SKF NJ 212 ECP
60	110	28	128000	153000	20000	5300	6300	1.10	SKF NJ 2212 ECP
60	130	31	151000	160000	20800	4300	5000	1.90	SKF NJ 312 ECP
60	130	46	224000	265000	34500	4300	5000	2.80	SKF NJ 2312 ECP
60	150	35	168000	173000	22000	4300	5000	3.10	SKF NJ 412
65	120	23	106000	118000	15600	4800	5600	1.05	SKF NJ 213 ECP

fig. 20- Selección del rodamiento del eje intermedio en A.

La carga dinámica es mayor que la necesaria:

$$127.71 \text{ KN} > 128 \text{ KN} \text{ luego el rodamiento es válido.}$$

#### 4.1.2.2 Rodamiento B

Tipo de rodamiento = rodillo cilíndrico

Diámetro interior  $d = 70 \text{ mm}$

Velocidad de giro  $n = 604.5 \text{ rpm}$

Reacción  $F = 1.7$

La reacción en el apoyo es el resultado de la combinación de las fuerzas de en el plano vertical y el plano horizontal:

$$R_B = \sqrt{R_r^2 + R_t^2} = \sqrt{4901.03^2 + 11045.29^2} = 12083.81 \text{ N}$$

$$\text{Reacción: } F = 1.7 \cdot 12083.81 \text{ N} = 20542.48 \text{ N}$$

$$C = 20542.48 \left( \frac{30000 \cdot 60 \cdot 1500}{0.35 \cdot 1 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{3.333}} = 301.19 \text{ KN}$$

# DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

En la tabla de la figura se ve el rodamiento seleccionado NJ 2314 ECP:

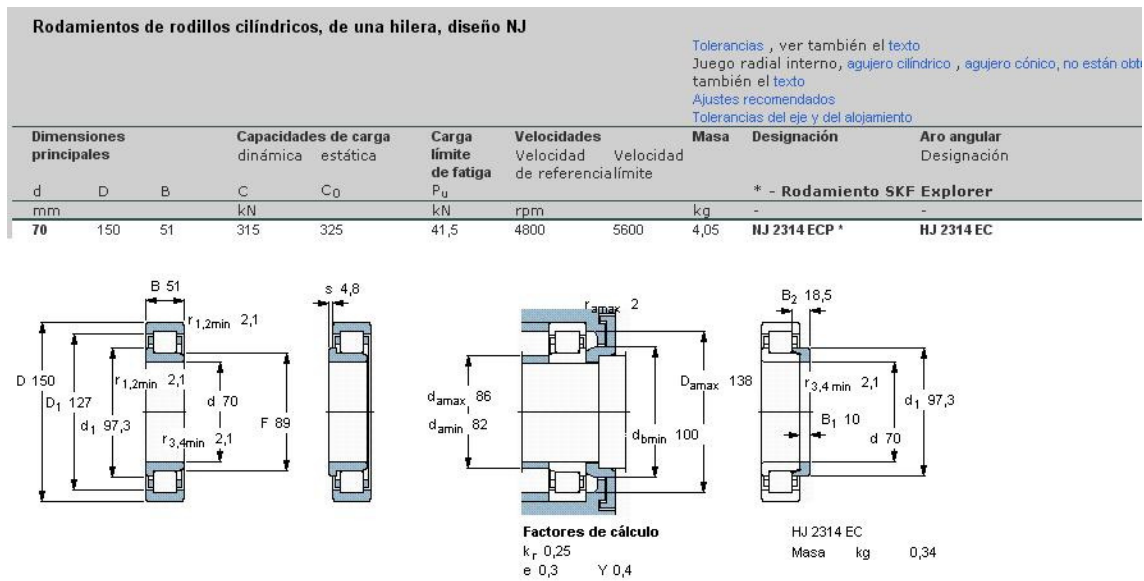


fig. 21- Selección del rodamiento del eje intermedio en B.

La carga dinámica es mayor que la necesaria:

$$315 \text{ KN} > 301.19 \text{ KN} \text{ luego el rodamiento es válido.}$$

### 4.1.3 Eje de salida

#### 4.1.3.1 Rodamientos A y B

Dado que las fuerzas en los apoyos A y B son iguales, debido a que para el diámetro usado (siendo el mismo en ambos apoyos) con las respectivas fuerzas dan una carga dinámica mayor que la del catalogo de rodamientos de bolas a usar, se usarán para ambos apoyos los mismos rodamientos. Rodillos cilíndricos.

Tipo de rodamiento = Rodillo cilíndrico

Diámetro interior  $d = 90 \text{ mm}$

Velocidad de giro  $n = 243.89 \text{ rpm}$

Reacción:  $F = 1.7 \cdot 9581.95 \text{ N} = 16289.31 \text{ N}$

$$C = 16289.31 \left( \frac{30000 \cdot 60 \cdot 1500}{0.35 \cdot 1 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{3.333}} = 238.83 \text{ KN}$$

En la tabla de la figura se ve el rodamiento seleccionado:

DISEÑO DE UN REDUCTOR DE VELOCIDADES PARA UNA CINTA TRANSPORTADORA DE CARBÓN. Por César Núñez Chover.

Principal dimensions			Basic load ratings		Fatigue load limit	Speed ratings		Mass	Designation
d	D	B	dynamic	static	$P_u$	Lubrication			Selected bearing
mm	mm	mm	N	$C_0$		grease	oil		SKF NJ 2218 ECP
85	210	52	319000	335000	39000	3000	3600	8.90	SKF NJ 417
90	160	30	183000	220000	27000	3600	4300	2.40	SKF NJ 218 ECP
90	160	40	242000	315000	39000	3600	4300	3.20	<b>SKF NJ 2218 ECP</b>
90	190	43	319000	360000	43000	2800	3400	5.55	SKF NJ 318 ECP
90	190	64	440000	540000	65500	2800	3400	8.15	SKF NJ 2318 ECP
90	225	54	380000	415000	48000	2800	3400	10.5	SKF NJ 418
95	145	24	84200	110000	13200	4500	5300	1.40	SKF NJ 1019 MA

fig. 22- Selección de los rodamientos del eje de salida.

La carga dinámica es mayor que la necesaria:

$$242 \text{ KN} > 238.83 \text{ KN} \text{ luego el rodamiento es válido.}$$

#### 4.2 RODAMIENTOS. RESUMEN DE RESULTADOS

	Eje de entrada		Eje intermedio		Eje de salida	
	Izquierdo	Derecho	Izquierdo	Derecho	Izquierdo	Derecho
Tipo de rodamiento	Rodillos cilíndricos (NJ)	Rodillos cilíndricos (NJ)	Rodillos cilíndricos (NJ)	Rodillos cilíndricos (NJ)	Rodillos cilíndricos (NJ)	Rodillos cilíndricos (NJ)
Código SKF	NJ 2212 ECP	NJ 2212 ECP	NJ 2212 ECP	NJ 2314 ECP	NJ 2218 ECP	NJ 2218 ECP
d (mm)	60	60	60	70	90	90
D (mm)	110	110	110	150	160	160
B (mm)	28	28	28	48	40	40
C (KN)	128	128	128	449	242	242

Tabla 18- Rodamientos del reductor. Tabla resumen.