



**TUTORIAL N° 118**

**Cálculo de Pilares Metálicos.  
Ejemplos**

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

### • **Ejemplo nº 1: Pilar sometido a Flexión y Compresión**

1. Datos de partida
  - 1.1. Geometría del pilar
  - 1.2. Condiciones de contorno
  - 1.3. Calidad de los materiales
  - 1.4. Acciones actuantes sobre el pilar
  
2. Procedimiento para realizar el predimensionado del perfil
  - 2.1. Predimensionado por restricciones al pandeo del pilar
  - 2.2. Predimensionado por resistencia plástica de la sección del perfil
  
3. Comprobaciones del perfil preseleccionado:
  - 3.1. Comprobación de resistencia de la sección a flexión, cortante y compresión
  - 3.2. Comprobación del pilar a pandeo por compresión
  - 3.3. Comprobación del pilar a pandeo en el plano de flexión
  - 3.4. Comprobación del pilar a pandeo lateral
  - 3.5. Cálculo de la deformación y flecha máxima del pilar

# Cálculo de Pilares Metálicos

- **Ejemplo nº 1: Pilar sometido a Flexión y Compresión**

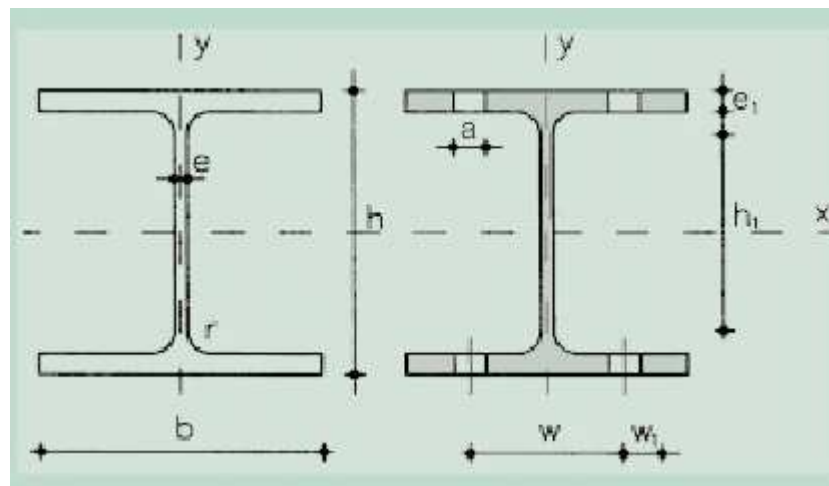
## 1. Datos de partida

### 1.1. Geometría del pilar

En este tutorial se va a describir cómo realizar el cálculo estructural de un pilar metálico sometido simultáneamente por un esfuerzo vertical de compresión y un esfuerzo de tipo cortante transversal al eje longitudinal del pilar.

El pilar metálico que se va a calcular en este ejemplo va a tener una altura libre vertical, medida desde la base hasta la cabeza, de 5 metros.

El tipo de perfil estructural que se va a elegir para el pilar es un perfil de la serie normalizada HEB. Se trata de un perfil de acero de sección transversal en forma de doble T, como la que se muestra en la siguiente figura:

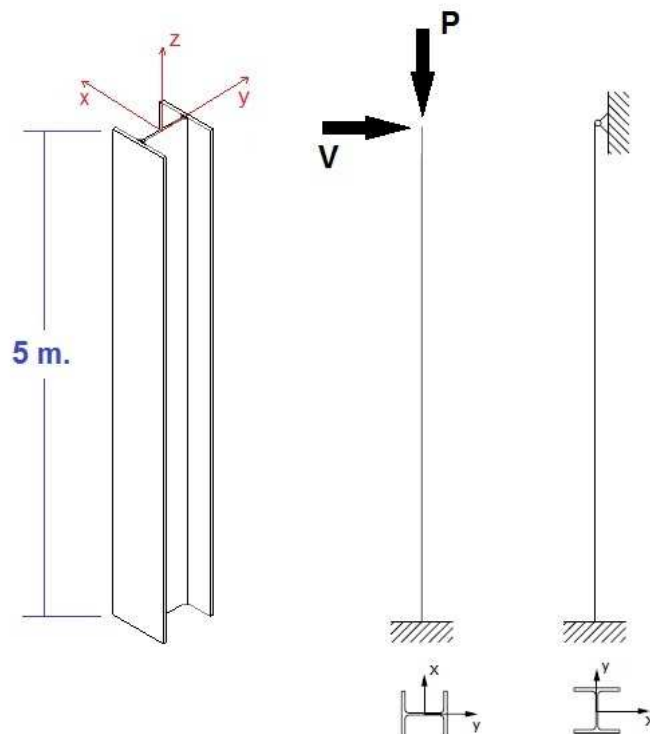


- h: altura total de la sección del perfil
- b: anchura total del ala de la sección del perfil
- e: espesor de la pared del alma
- r: radio de acuerdo entre el alma y el ala
- a: diámetro del agujero del roblón normal
- w: gramil, distancia entre ejes de agujeros
- h<sub>1</sub>: altura de la parte plana del alma
- e<sub>1</sub>: espesor del ala del perfil

## 1.2. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno del pilar y sus vinculaciones exteriores van a ser las siguientes, según el plano de trabajo que se considere:

- Según el plano Z-Y: El pilar está empotrado en la base y libre sin restricciones en la cabeza según la dirección del eje y-y de la sección.
- Según el plano Z-X: El pilar está empotrado en la base y articulado en la cabeza según la dirección del eje x-x de la sección.



Por tanto, en este ejemplo se va a calcular el caso de un pilar empotrado en su base, mientras que su extremo superior está articulado según el plano ZX y libre sin restricciones según el plano ZY.

## 1.3. Calidad de los materiales

El material de fabricación del pilar será acero S275, según la denominación indicada en la Instrucción de Acero Estructural (EAE) y el Código Técnico de la

Edificación (CTE), cuyos valores de resistencia y propiedades mecánicas son los siguientes:

- Límite elástico,  $f_y$  : 275 N/mm<sup>2</sup>
- Tensión de rotura,  $f_u$  : 410 N/mm<sup>2</sup>
- Módulo de elasticidad,  $E$  : 210.000 N/mm<sup>2</sup>
- Módulo de rigidez,  $G$  : 81.000 N/mm<sup>2</sup>
- Coeficiente de Poisson,  $\gamma$  : 0,3
- Coeficiente de dilatación térmica,  $\alpha$  :  $1,2 \cdot 10^{-5}$  (°C)<sup>-1</sup>
- Densidad,  $\rho$  : 7.850 kg/m<sup>3</sup>

#### 1.4. Acciones actuantes sobre el pilar

A la altura de la cabeza del pilar actuarán dos cargas simultáneas, según se muestra en la figura anterior, de valores siguientes:

- Carga de compresión axial según el eje Z de valor, **P = 500 kN**
- Cortante horizontal según el eje Y de valor, **V = 30 kN**

Se considerarán que estas cargas son cargas mayoradas que incluyen sus respectivos coeficientes parciales de seguridad para el cálculo.

Las cargas actuantes **P** y **V** provocarán que el pilar trabaje a esfuerzos de compresión y de flexión en el plano Z-Y que contiene el eje del pilar.

El pilar deberá ser calculado para el estado de esfuerzos más desfavorable, y que se alcanza en la base del pilar.

Los valores de las acciones de cálculo actuantes sobre la sección transversal en la base del pilar son los siguientes:

- Axil de Compresión (según el eje z-z): **N<sub>Ed,z</sub> = 500 kN**
- Cortante (según el eje y-y): **V<sub>Ed,y</sub> = 30 kN**
- Momento Flector (según el eje x-x): **M<sub>Ed,x</sub> = 30·5 = 150 kN·m**

## 2. Procedimiento para realizar el predimensionado del perfil

### 2.1. Predimensionado por restricciones al pandeo del pilar

En general, será necesario comprobar la resistencia a pandeo en cada posible plano en que pueda flexionar la pieza. En este caso, la barra del perfil está empotrada en la base y libre sin restricciones en cabeza según el plano Z-Y, y empotrada en la base y articulada en cabeza en el plano Z-X.

Se establece el límite de la esbeltez reducida para el pilar de 2,0 ( $\bar{\lambda} < 2,0$ )

Se calculan las longitudes equivalentes de pandeo de la barra según las condiciones de extremos de la barra para cada plano de pandeo:

- Plano Z-Y (empotrado-libre),  $L_{k,x} = \beta \cdot L = 2 \cdot L = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ cm}$ .
- Plano Z-X (empotrado-articulada),  $L_{k,y} = \beta \cdot L = 0,7 \cdot L = 0,7 \cdot 500 = 350 \text{ cm}$ .

Siendo  $\beta$  el coeficiente de esbeltez de la barra. La siguiente tabla extraída del Código Técnico de la Edificación (CTE), indica los valores de este coeficiente en función de las condiciones de apoyos extremos del pilar:

**Tabla 6.1 Longitud de pandeo de barras canónicas**

| Condiciones de extremo | biarticulada | biempotrada | empotrada articulada | biempotrada desplazable | en ménsula |
|------------------------|--------------|-------------|----------------------|-------------------------|------------|
| Longitud $L_k$         | 1,0 L        | 0,5 L       | 0,7 L                | 1,0 L                   | 2,0 L      |

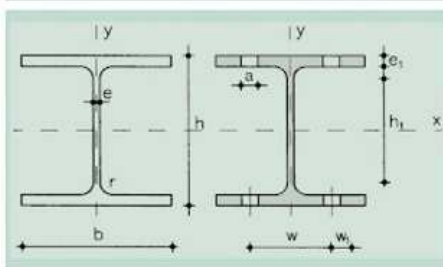
Una vez calculadas las longitudes equivalentes, las restricciones de los radios de giro de la sección del perfil del pilar en cada dirección de pandeo serán las siguientes:

$$i_x > \frac{L_{k,x}}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{10000}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{275}{210000}} = 57,6 \text{ mm}$$

$$i_y > \frac{L_{k,y}}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{3500}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{275}{210000}} = 20,2 \text{ mm}$$

De la tabla de perfiles que se adjunta a continuación, el perfil HEB-160 por ejemplo, cumple con las restricciones anteriores por pandeo:

- HEB-160:
  - $i_x = 6,78 \text{ cm}$
  - $i_y = 4,05 \text{ cm}$



|   |  |
|---|--|
| $A$ = Área de la sección  | $I_x$ = Módulo de torsión de la sección        |
| $S_x$ = Momento estático de media sección, respecto a X               | $I_y$ = Módulo de alabeo de la sección         |
| $I_x$ = Momento de inercia de la sección, respecto a X                | $u$ = Perímetro de la sección                  |
| $W_x = 2I_x : h$ : h. Módulo resistente de la sección, respecto a X   | $a$ = Diámetro del agujero del roblón normal   |
| $i_x = \sqrt{I_x : A}$ : A. Radio de giro de la sección, respecto a X | $w$ = Gramil, distancia entre ejes de agujeros |
| $I_y$ = Momento de inercia de la sección, respecto a Y                | $h_1$ = Altura de la parte plana del alma      |
| $W_y = 2I_y : b$ : b. Módulo resistente de la sección, respecto a Y   | $\rho$ = Peso por m                            |
| $i_y = \sqrt{I_y : A}$ : A. Radio de giro de la sección, respecto a Y |  |

| Perfil  | Dimensiones |         |         |                      |                      |                      |         | Términos de sección  |                                   |                                   |                                   |                      |                                   |                                   | Agujeros             |                                   |                                   | Peso    |                      |         |           |   |
|---------|-------------|---------|---------|----------------------|----------------------|----------------------|---------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------|----------------------|---------|-----------|---|
|         | h<br>mm     | b<br>mm | e<br>mm | e <sub>1</sub><br>mm | r <sub>1</sub><br>mm | h <sub>1</sub><br>mm | u<br>mm | A<br>cm <sup>2</sup> | S <sub>x</sub><br>cm <sup>3</sup> | I <sub>x</sub><br>cm <sup>4</sup> | W <sub>x</sub><br>cm <sup>3</sup> | i <sub>x</sub><br>cm | I <sub>y</sub><br>cm <sup>4</sup> | W <sub>y</sub><br>cm <sup>3</sup> | i <sub>y</sub><br>cm | I <sub>t</sub><br>cm <sup>4</sup> | I <sub>a</sub><br>cm <sup>4</sup> | w<br>mm | w <sub>1</sub><br>mm | a<br>mm | p<br>kp/m |   |
| HEB 100 | 100         | 100     | 6,0     | 10,0                 | 12                   | 56                   | 567     | 26,0                 | 52,1                              | 450                               | 90                                | 4,16                 | 167                               | 33                                | 2,53                 | 9,34                              | 3,375                             | 55      | —                    | 13      | 20,4      | P |
| HEB 120 | 120         | 120     | 6,5     | 11,0                 | 12                   | 74                   | 686     | 34,0                 | 82,6                              | 864                               | 144                               | 5,04                 | 318                               | 53                                | 3,06                 | 14,90                             | 9,410                             | 65      | —                    | 17      | 26,7      | P |
| HEB 140 | 140         | 140     | 7,0     | 12,0                 | 12                   | 92                   | 805     | 43,0                 | 123,0                             | 1.509                             | 216                               | 5,93                 | 550                               | 79                                | 3,58                 | 22,50                             | 22,480                            | 75      | —                    | 21      | 33,7      | P |
| HEB 160 | 160         | 160     | 8,0     | 13,0                 | 15                   | 104                  | 918     | 54,3                 | 177,0                             | 2.492                             | 311                               | 6,78                 | 889                               | 111                               | 4,05                 | 33,20                             | 47,940                            | 85      | —                    | 23      | 42,6      | P |
| HEB 180 | 180         | 180     | 8,5     | 14,0                 | 15                   | 122                  | 1.040   | 65,3                 | 241,0                             | 3.831                             | 426                               | 7,66                 | 1.363                             | 151                               | 4,57                 | 46,50                             | 93,750                            | 100     | —                    | 25      | 51,2      | P |
| HEB 200 | 200         | 200     | 9,0     | 15,0                 | 18                   | 134                  | 1.150   | 78,1                 | 321,0                             | 5.696                             | 570                               | 8,54                 | 2.003                             | 200                               | 5,07                 | 63,40                             | 171.100                           | 110     | —                    | 25      | 61,3      | P |
| HEB 220 | 220         | 220     | 9,5     | 16,0                 | 18                   | 152                  | 1.270   | 91,0                 | 414,0                             | 8.091                             | 736                               | 9,43                 | 2.843                             | 258                               | 5,59                 | 84,40                             | 295.400                           | 120     | —                    | 25      | 71,5      | P |
| HEB 240 | 240         | 240     | 10,0    | 17,0                 | 21                   | 164                  | 1.380   | 106,0                | 527,0                             | 11.259                            | 938                               | 10,30                | 3.923                             | 327                               | 6,08                 | 110,00                            | 486.900                           | 90      | 35                   | 25      | 83,2      | P |
| HEB 260 | 260         | 260     | 10,0    | 17,5                 | 24                   | 177                  | 1.500   | 118,4                | 641,0                             | 14.919                            | 1.150                             | 11,20                | 5.135                             | 395                               | 6,58                 | 130,00                            | 753.700                           | 100     | 40                   | 25      | 93,0      | P |
| HEB 280 | 280         | 280     | 10,5    | 18,0                 | 24                   | 196                  | 1.620   | 131,4                | 767,0                             | 19.270                            | 1.380                             | 12,10                | 6.595                             | 471                               | 7,09                 | 153,00                            | 1.130.000                         | 110     | 45                   | 25      | 103,0     | P |
| HEB 300 | 300         | 300     | 11,0    | 19,0                 | 27                   | 208                  | 1.730   | 149,1                | 934,0                             | 25.166                            | 1.680                             | 13,00                | 8.563                             | 571                               | 7,58                 | 192,00                            | 1.688.000                         | 120     | 50                   | 25      | 117,0     | P |
| HEB 320 | 320         | 300     | 11,5    | 20,5                 | 27                   | 225                  | 1.770   | 161,3                | 1.070,0                           | 30.823                            | 1.930                             | 13,80                | 9.239                             | 616                               | 7,57                 | 241,00                            | 2.069.000                         | 120     | 50                   | 25      | 127,0     | P |
| HEB 340 | 340         | 300     | 12,0    | 21,5                 | 27                   | 243                  | 1.810   | 170,9                | 1.200,0                           | 36.656                            | 2.160                             | 14,60                | 9.690                             | 646                               | 7,53                 | 278,00                            | 2.454.000                         | 120     | 50                   | 25      | 134,0     | P |
| HEB 360 | 300         | 300     | 12,5    | 22,5                 | 27                   | 261                  | 1.850   | 180,6                | 1.340,0                           | 43.193                            | 2.400                             | 15,50                | 10.140                            | 676                               | 7,49                 | 320,00                            | 2.883.000                         | 120     | 50                   | 25      | 142,0     | P |
| HEB 400 | 400         | 300     | 13,5    | 24,0                 | 27                   | 298                  | 1.930   | 197,8                | 1.620,0                           | 57.680                            | 2.880                             | 17,10                | 10.819                            | 721                               | 7,40                 | 394,00                            | 3.817.000                         | 120     | 50                   | 25      | 155,0     | P |
| HEB 450 | 450         | 300     | 14,0    | 26,0                 | 27                   | 344                  | 2.030   | 218,0                | 1.990,0                           | 79.887                            | 3.550                             | 19,10                | 11.721                            | 781                               | 7,33                 | 500,00                            | 5.258.000                         | 120     | 50                   | 25      | 171,0     | P |
| HEB 500 | 500         | 300     | 14,5    | 28,0                 | 27                   | 390                  | 2.120   | 238,6                | 2.410,0                           | 107.176                           | 4.290                             | 21,20                | 12.624                            | 842                               | 7,27                 | 625,00                            | 7.018.000                         | 120     | 45                   | 28      | 187,0     | C |
| HEB 550 | 550         | 300     | 15,0    | 29,0                 | 27                   | 438                  | 2.220   | 254,1                | 2.800,0                           | 136.691                           | 4.970                             | 23,20                | 13.077                            | 872                               | 7,17                 | 701,00                            | 8.856.000                         | 120     | 45                   | 28      | 199,0     | C |
| HEB 600 | 600         | 300     | 15,5    | 30,0                 | 27                   | 486                  | 2.320   | 270,0                | 3.210,0                           | 171.041                           | 5.700                             | 25,20                | 13.530                            | 902                               | 7,08                 | 783,00                            | 10.965.000                        | 120     | 45                   | 28      | 212,0     | C |

- Tabla de Perfiles -

## 2.2. Predimensionado por resistencia plástica de la sección del perfil

Dado que los perfiles estructurales de la serie HEB en acero S275 pertenecen a las Clases 1 ó 2, dependiendo si están sometidos a flexión o compresión, se puede emplear, como criterio de predimensionado, la restricción impuesta suponiendo que el perfil trabaje sólo a flexión simple, a pesar de que estamos calculando un caso de flexión compuesta.

Por tanto, se debe cumplir que la resistencia plástica de la sección bruta del perfil debe ser mayor que la sollicitación de cálculo que actúa sobre el pilar:

$$M_{pl,Rd} > M_{Ed}$$

La resistencia plástica de la sección bruta para las secciones de clase 1 y 2 se calcula mediante la expresión:

$$M_{pl,Rd} = W_{pl} \cdot f_{yd}$$

siendo  $W_{pl}$  el módulo resistente plástico de la sección correspondiente a la fibra con mayor tensión.

Por otro lado, se define la resistencia de cálculo  $f_{yd}$ , al cociente entre la tensión de límite elástico y el coeficiente de seguridad del material:

$$f_{yd} = f_y / \gamma_M$$

siendo:

$f_y$  el límite elástico del material (para el acero S275,  $f_y = 275 \text{ N/mm}^2$ )

$\gamma_M$  el coeficiente parcial de seguridad relativo a la plastificación del material.

El valor de este coeficiente de seguridad  $\gamma_M$  puede consultarse en el Código Técnico de la Edificación (CTE), y toma el valor de  $\gamma_M = 1,05$ , para el caso que nos ocupa.

Por tanto, y sabiendo que el momento flector actúa según el eje x-x de la sección, se tiene que:

$$M_{pl,Rd} > M_{Ed,x}$$

$$W_{pl,x} \cdot f_{yd} > M_{Ed,x}$$

Y despejando el módulo resistente de la sección  $W_{pl,x}$ , se tiene que éste deberá ser mayor que:

$$W_{pl,x} > M_{Ed,x} / f_{yd} = 150 \cdot 10^6 / (275/1,05) = 572.727 \text{ mm}^3$$

De la tabla de perfiles se selecciona el perfil HEB-240 ( $W_x = 938.000 \text{ mm}^3$ ) que tiene un módulo resistente respecto al eje x-x que cumple sobradamente con esta restricción.

Por tanto, el perfil **HEB-240** es finalmente el perfil seleccionado.

A continuación, se procederá a realizar las comprobaciones por resistencia, pandeo y deformación del perfil seleccionado HEB-240 para así validarlo definitivamente.



### 3. Comprobaciones del perfil preseleccionado

#### 3.1. Comprobación de resistencia de la sección a flexión, cortante y compresión

Para realizar la comprobación de resistencia de la sección del perfil se selecciona aquella sección que esté sometida a los valores de esfuerzos más desfavorables.

En este caso, el empotramiento del pilar en su base es la sección más desfavorable. En este punto del pilar, los esfuerzos de cálculo alcanzan los valores siguientes:

- Axil:  $N_{Ed,z} = 500 \text{ kN}$
- Cortante:  $V_{Ed,y} = 30 \text{ kN}$
- Momento Flector Máximo:  $M_{Ed,x} = 30 \cdot 5 = 150 \text{ kN}\cdot\text{m}$

El caso que nos ocupa se trata de un pilar sometido a un estado de flexión compuesta con axil y cortante.

El perfil que se va a comprobar su validez es el perfil HEB-240.

El CTE permite despreciar el efecto del esfuerzo cortante frente a la flexión si se cumple que el esfuerzo cortante de cálculo  $V_{Ed}$  es inferior a la mitad del valor de la resistencia plástica a cortante,  $V_{c,Rd}$  de la sección:

Si se cumple que:  $V_{Ed,y} < 0,5 \cdot V_{c,Rd}$  se puede despreciar el efecto del cortante.

- Cálculo de la resistencia plástica a cortante,  $V_{c,Rd}$  de la sección:

La resistencia plástica a cortante de la sección  $V_{c,Rd}$  viene dada por la siguiente expresión, según se indica en el CTE:

$$V_{c,Rd} = A_v \cdot \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$$

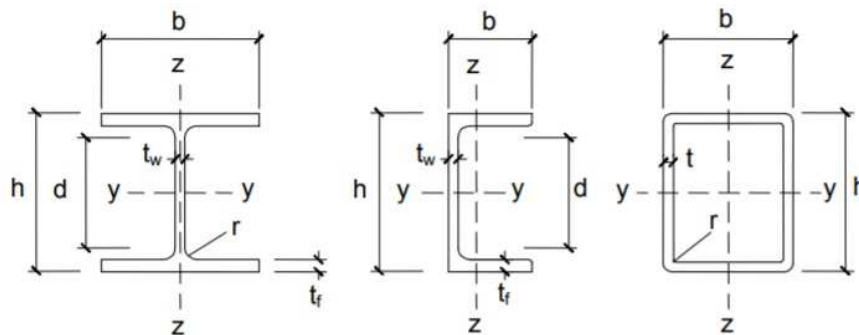
donde el término relativo al área a cortante  $A_v$  se calcula mediante la siguiente expresión:

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f$$

siendo la sección de cálculo,  $A$ , igual al valor total de la sección del perfil seleccionado.

El significado de los demás parámetros  $b$ ,  $t_f$ ,  $t_w$ ,  $r$  es el siguiente, según si indica en el Anejo B del Documento Básico SE-A Acero, del Código Técnico de la Edificación (CTE):

Documento Básico SE-A Acero



$b$ : ancho de la sección del perfil  
 $t_f$ : espesor del ala del perfil  
 $t_w$ : espesor del alma del perfil  
 $r$ : radio de acuerdo entre el ala y el alma

De la tabla de perfiles anterior se obtiene los valores de los parámetros geométricos de la sección para el perfil HEB-240, que valen:

$A : 106 \text{ cm}^2$   
 $b : 240 \text{ mm}$   
 $t_f : 17 \text{ mm}$   
 $t_w : 10 \text{ mm}$   
 $r : 21 \text{ mm}$

Sustituyendo los valores anteriores para el perfil HEB-240, el valor del área a cortante  $A_v$  de la sección del perfil vale lo siguiente:

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f = 10600 - 2 \cdot 240 \cdot 17 + (10 + 2 \cdot 21) \cdot 17 = 3324 \text{ mm}^2$$

Por tanto, la resistencia plástica a cortante de la sección  $V_{c,Rd}$  vale:

$$V_{c,Rd} = A_v \cdot \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = 3324 \cdot \frac{275/1,05}{\sqrt{3}} = 502.625 \text{ N} = 502,6 \text{ kN}$$

Como se cumple que  $V_{Ed,y} < 0,5 \cdot V_{c,Rd}$ :

$$V_{Ed,y} = 30 \text{ kN} < 0,5 \cdot V_{c,Rd} = 251,3 \text{ kN}$$

Por tanto, se puede despreciar el efecto del esfuerzo cortante frente al momento flector que actúa sobre la barra.

- Comprobación a flexión compuesta con axil, pero sin cortante:

Según se indica en el CTE, para las secciones Clase 1 y 2, la comprobación por resistencia de la sección a flexión compuesta con axil es:

$$\frac{N_{ED}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{Ed,x}}{M_{pl,Rdx}} + \frac{M_{Ed,y}}{M_{pl,Rdy}} \leq 1$$

Como el momento flector  $M_{Ed,y}$  es nulo, la expresión anterior se simplifica, quedando como sigue:

$$\frac{N_{ED}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{Ed,x}}{M_{pl,Rdx}} \leq 1$$

La resistencia plástica de la sección bruta a tracción,  $N_{pl,Rd}$  se calcula como:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 10600 \cdot (275/1,05) = 2.776.190 \text{ N}$$

La resistencia plástica de la sección bruta a flexión según el eje x-x para las secciones de clase 1 y 2 se calcula como:

$$M_{pl,Rdx} = W_{pl,x} \cdot f_{yd} = 938 \cdot 10^3 \cdot (275/1,05) = 2,45 \cdot 10^8 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

siendo  $W_{pl,x} = 938 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$  el módulo resistente plástico de la sección respecto a x del perfil HEB-240.

Por tanto, se tiene que se cumple que:

$$\frac{500 \cdot 10^3}{2.776.190} + \frac{150 \cdot 10^6}{2,45 \cdot 10^8} = 0,79 \leq 1$$

### 3.2. Comprobación del pilar a pandeo por compresión

Según el capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE), para elementos sometidos a compresión, el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión  $N_{Ed}$  deberá verificar:

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$

donde:

$N_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión.

$N_{b,Rd}$  es la resistencia de cálculo a pandeo del elemento comprimido.

En este ejemplo, el valor del esfuerzo axial de compresión que actúa sobre el pilar vale:

$$N_{Ed} = N_{Ed,z} = 500 \text{ kN.}$$

Por otro lado, la resistencia de cálculo a pandeo  $N_{b,Rd}$  de un elemento sometido a compresión se determina del siguiente modo, según la EAE:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_M} \quad \text{para las secciones transversales de clase 1, 2 y 3.}$$

Donde  $\chi$  es el coeficiente de reducción para el modo de pandeo considerado.

Para elementos con sección transversal constante sometidos a un esfuerzo axial de compresión de valor constante, el valor de  $\chi$  para la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  se determina conforme a la siguiente expresión:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{siendo } \chi \leq 1,0$$

siendo:

$$\Phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$\alpha$  el coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \text{en secciones de clase 1, 2 y 3.}$$

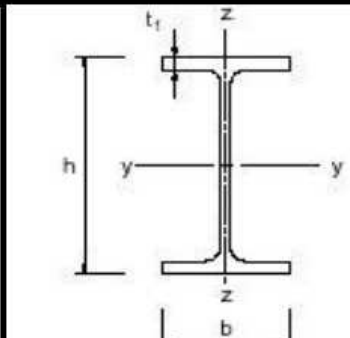
$N_{cr}$  es el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado, obtenido con las características de la sección transversal bruta.

El valor del coeficiente de imperfección  $\alpha$  se obtiene de la siguiente tabla 35.1.2.a. extraída del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE), para cada una de las curvas de pandeo:

Tabla 35.1.2.a. Valores del coeficiente de imperfección

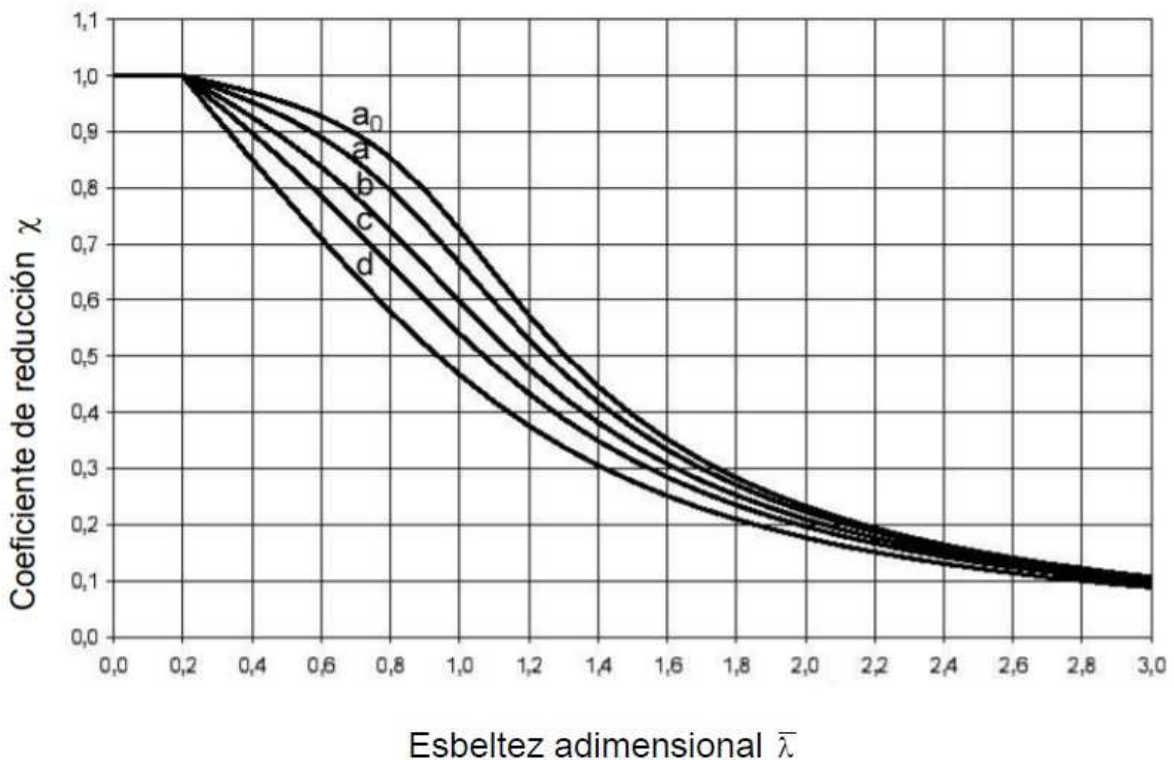
| Curva de pandeo                      | $a_0$ | a    | b    | c    | d    |
|--------------------------------------|-------|------|------|------|------|
| Coeficiente de imperfección $\alpha$ | 0,13  | 0,21 | 0,34 | 0,49 | 0,76 |

La elección de la curva de pandeo para cada sección transversal se obtendrá de la siguiente tabla extraída también del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE):

| Sección transversal  | Límites                   | Pandeo alrededor del eje       | Curva de pandeo                  |       |       |
|--|---------------------------|--------------------------------|----------------------------------|-------|-------|
|  |                           |                                | S 235<br>S 275<br>S 355<br>S 420 | S 460 |       |
| Secciones de perfiles laminados<br> | $h/b > 1,2$               | $t_f \leq 40 \text{ mm}$       | y-y                              | a     | $a_0$ |
|  |                           |                                | z-z                              | b     | $a_0$ |
|  | $h/b \leq 1,2$            | $40 \text{ mm} < t_f \leq 100$ | y-y                              | b     | a     |
|  |                           |                                | z-z                              | c     | a     |
| $h/b \leq 1,2$   | $t_f \leq 100 \text{ mm}$ | y-y                            | b                                | a     |       |
|  |                           | z-z                            | c                                | a     |       |
| $h/b \leq 1,2$   | $t_f > 100 \text{ mm}$    | y-y                            | d                                | c     |       |
|  |                           | z-z                            | d                                | c     |       |

Los valores del coeficiente de reducción  $\chi$ , en función de la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$ , pueden obtenerse también a partir de la siguiente figura 35.1.2. extraída del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE):

Figura 35.1.2. Curvas de pandeo



Para valores la esbeltez  $\bar{\lambda} \leq 0,2$  ó para relaciones  $N_{Ed}/N_{cr} \leq 0,04$  se puede omitir la comprobación frente a pandeo, siendo suficiente únicamente la comprobación resistente de la sección transversal.

- Comprobación a pandeo del pilar alrededor del eje x-x de la sección:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{L_{k,x}^2}$$

siendo,

- Módulo de elasticidad,  $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$
- Momento de inercia de la sección respecto al eje x-x,  $I_x = 11.259 \text{ cm}^4$  (para el perfil HEB-240)
- Longitud equivalente de pandeo del pilar según el plano Z-Y (empotrado-libre),  $L_{k,x} = \beta \cdot L = 2 \cdot L = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ cm}$ .

Sustituyendo los anteriores valores, se obtiene un valor para el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo alrededor del eje x-x de la sección de:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 11259 \cdot 10^4}{10000^2} = 2.333.559 \text{ N}$$

La esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  se determina conforme a la siguiente expresión:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

siendo:

- Límite elástico,  $f_y$  :  $275 \text{ N/mm}^2$
- Sección de cálculo,  $A$ :  $106 \text{ cm}^2$  para el perfil seleccionado HEB-240.
- $N_{cr} = 2.333.559 \text{ N}$

Por lo que,

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{10600 \cdot 275}{2333559}} = 1,12$$

La curva de pandeo que le corresponde al perfil HEB-240 alrededor del eje x-x se obtiene de la anterior tabla 35.1.2.b. de la EAE, para secciones de perfiles laminados:

$$h/b = 240/240 = 1$$
$$t_f = 17 \text{ mm} \leq 100 \text{ mm}$$

siendo:

$h$ : altura total de la sección del perfil ( $h = 240 \text{ mm}$ , para perfiles HEB-240)

$b$  : ancho de la sección ( $b = 240 \text{ mm}$ , para perfiles HEB-240)

$t_f$ : espesor del ala ( $t_f = 17 \text{ mm}$ , para perfiles HEB-240)

Con estos valores geométricos, al perfil HEB-240 le corresponde una curva de pandeo **b** alrededor del eje x-x.

El coeficiente de imperfección  $\alpha=0,34$  según la anterior tabla 35.1.2.a. del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE), para una curva de pandeo **b**.

Por lo tanto, se tiene que:

$$\Phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (1,12 - 0,2) + 1,12^2] = 1,28$$

Y el coeficiente de reducción  $\chi$  para el modo de pandeo considerado vale:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,28 + \sqrt{1,28^2 - 1,12^2}} = 0,53 < 1$$

(\*) También se podría haber obtenido este valor del coeficiente de reducción  $\chi$ , en función de la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$ , usando la anterior figura 35.1.2. extraída del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE).

Una vez obtenido el coeficiente de reducción  $\chi$ , la resistencia de cálculo a pandeo  $N_{b,Rd,x}$  alrededor del eje x-x ya se puede calcular:

$$N_{b,Rd,x} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_M}$$

siendo:

- Límite elástico,  $f_y$  : 275 N/mm<sup>2</sup>
- Sección de cálculo,  $A$ : 106 cm<sup>2</sup> del perfil seleccionado HEB-240.
- Coeficiente parcial de seguridad,  $\gamma_M = 1,05$ .
- Coeficiente de reducción,  $\chi = 0,53$

$$N_{b,Rd,x} = \frac{0,53 \cdot 10600 \cdot 275}{1,05} = 1.471.381 \text{ N}$$

Como el valor del esfuerzo axial de compresión que actúa sobre el pilar en este ejemplo vale  $N_{Ed} = N_{Ed,z} = 500 \text{ kN} = 500.000 \text{ N}$

Por tanto, se cumple que  $N_{Ed} \leq N_{b,Rd,x}$  ya que:

$$500.000 \text{ N} \leq 1.471.381 \text{ N}$$

- Comprobación a pandeo alrededor del eje y-y:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{k,y}^2}$$

siendo,

- Módulo de elasticidad,  $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$



- Momento de inercia de la sección respecto al eje y-y,  $I_y = 3.923 \text{ cm}^4$  (para el perfil HEB-240)
- Longitud equivalente de pandeo del pilar según el plano Z-X (empotrado-articulado),  $L_{k,y} = \beta \cdot L = 0,7 \cdot L = 0,7 \cdot 500 = 350 \text{ cm}$ .

Sustituyendo los anteriores valores, se obtiene un valor para el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo alrededor del eje x-x de la sección de:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 3923 \cdot 10^4}{3500^2} = 6.637.450 \text{ N}$$

La esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  se determina conforme a la siguiente expresión:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

siendo:

- Límite elástico,  $f_y : 275 \text{ N/mm}^2$
- Sección de cálculo,  $A: 106 \text{ cm}^2$  para el perfil seleccionado HEB-240.
- $N_{cr} = 6637450 \text{ N}$

Por lo que,

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{10600 \cdot 275}{6637450}} = 0,66$$

La curva de pandeo que le corresponde al perfil HEB-240 alrededor del eje y-y se obtiene de la anterior tabla 35.1.2.b. de la EAE, para secciones de perfiles laminados. Al perfil HEB-240 le corresponde una curva de pandeo **c** alrededor del eje y-y.

El coeficiente de imperfección  $\alpha=0,49$  según la anterior tabla 35.1.2.a. del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE), para una curva de pandeo **b**.

Por lo tanto, se tiene que:

$$\Phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,66 - 0,2) + 0,66^2] = 0,83$$

Y el coeficiente de reducción  $\chi$  para el modo de pandeo considerado vale:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,83 + \sqrt{0,83^2 - 0,66^2}} = 0,75 < 1$$

(\*) También se podría haber obtenido este valor del coeficiente de reducción  $\chi$ , en función de la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$ , usando la anterior figura 35.1.2. extraída del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE).

Una vez obtenido el coeficiente de reducción  $\chi$ , la resistencia de cálculo a pandeo  $N_{b,Rd,y}$  alrededor del eje y-y se puede calcular:

$$N_{b,Rd,y} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_M}$$

siendo:

- Límite elástico,  $f_y$  : 275 N/mm<sup>2</sup>
- Sección de cálculo,  $A$ : 106 cm<sup>2</sup> del perfil seleccionado HEB-240.
- Coeficiente parcial de seguridad,  $\gamma_M = 1,05$ .
- Coeficiente de reducción,  $\chi = 0,75$

$$N_{b,Rd,y} = \frac{0,75 \cdot 10600 \cdot 275}{1,05} = 2.082.143 \text{ N}$$

Como el valor del esfuerzo axial de compresión que actúa sobre el pilar en este ejemplo vale  $N_{Ed} = N_{Ed,z} = 500 \text{ kN} = 500.000 \text{ N}$

Por tanto, se cumple que  $N_{Ed} \leq N_{b,Rd,y}$  ya que:

$$500.000 \text{ N} \leq 2.082.143 \text{ N}$$

Y por tanto, el perfil de sección HEB-240 cumple con la restricción de resistencia a pandeo por compresión del pilar.

### 3.3. Comprobación del pilar a pandeo en el plano de flexión

El esfuerzo cortante ( $V_{Ed,y}$ ) origina una flexión en el pilar en el plano ZY, que va a ser el plano de flexión del pilar. Por lo tanto, resulta necesario realizar la comprobación a pandeo según el eje de giro x-x de la sección del perfil, por ser el eje perpendicular al plano de flexión.

La esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  para la comprobación frente a pandeo por flexión de elementos comprimidos se determina conforme a la siguiente expresión, según se indica en el artículo 35, del procedimiento de la Instrucción de Acero Estructural (EAE):

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_E} \quad \text{para secciones de clase 1, 2 y 3}$$

donde,

$L_{cr}$  es la longitud de pandeo en el plano de pandeo por flexión considerado.

$i$  es el radio de giro alrededor del eje considerado, determinado éste a partir de las características de la sección transversal bruta.

$$\lambda_E = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (f_y \text{ en N/mm}^2)$$

En este caso, la longitud de pandeo se considerará en el plano de flexión ZY, por lo que resulta que:

$$L_{cr} = L_{k,x} = \beta \cdot L = 2 \cdot L = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ cm.}$$

El radio de giro de la sección a considerar es alrededor del eje x-x, por lo que:

$$i = i_x = 10,30 \text{ cm} \quad \text{para el perfil HEB-240}$$

Resolviendo los cálculos resulta:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{275}} = 0,92$$

$$\lambda_E = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 0,92 = 86,39$$

Y la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  vale:

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_E} = \frac{1000}{10,30} \cdot \frac{1}{86,39} = 1,12$$

Como se sabe, la curva de pandeo que le corresponde al perfil HEB-240 alrededor del eje x-x se obtiene de la anterior tabla 35.1.2.b. de la EAE, para secciones

de perfiles laminados. Al perfil HEB-240 le corresponde una curva de pandeo **b** alrededor del eje x-x.

El coeficiente de imperfección  $\alpha=0,34$  según la anterior tabla 35.1.2.a. del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE), para una curva de pandeo **b**.

Por lo tanto, se tiene que:

$$\Phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (1,12 - 0,2) + 1,12^2] = 1,28$$

Y el coeficiente de reducción  $\chi$  para el modo de pandeo considerado vale:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,28 + \sqrt{1,28^2 - 1,12^2}} = 0,53 < 1$$

Por lo que resulta válido la sección del perfil seleccionado HEB-240, tras la comprobación realizada del pilar a pandeo en el plano de flexión.

### 3.4. Comprobación del pilar a pandeo lateral

Para elementos con sección transversal constante sometidos a un momento flector alrededor del eje fuerte (en este caso el eje fuerte de la sección es el eje x-x), el valor del coeficiente  $\chi_{LT}$  para el modo de pandeo considerado se expresa como:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{debiéndose cumplir que } \chi_{LT} \leq 1$$

donde,

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

$\alpha_{LT}$  es el coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}}$$

$M_{cr}$  es el momento flector crítico elástico de pandeo lateral.

El valor del coeficiente de imperfección  $\alpha_{LT}$  se obtiene de la siguiente tabla 35.2.2.a. extraída del capítulo IX de la Instrucción de Acero Estructural (EAE), para cada una de las curvas de pandeo:

Tabla 35.2.2.a. Valores del coeficiente de imperfección para pandeo lateral

| Curva de pandeo                           | a    | b    | c    | d    |
|---|------|------|------|------|
| Coeficiente de imperfección $\alpha_{LT}$ | 0,21 | 0,34 | 0,49 | 0,76 |

Para elegir la curva de pandeo que le corresponde a cada sección transversal se deberá utilizar la siguiente tabla 35.2.2.b, extraída también de la EAE.

Tabla 35.2.2.b. Elección de la curva de pandeo lateral

| Sección transversal                        | Límites        | Curva de pandeo |
|--|----------------|-----------------|
| Secciones de perfiles laminados en doble T | $h / b \leq 2$ | a               |
|  | $h / b > 2$    | b               |
| Secciones soldadas en doble T              | $h / b \leq 2$ | c               |
|  | $h / b > 2$    | d               |
| Otras secciones                            | -              | d               |

Para el perfil de estudio HEB-240, como  $h / b = 1$ , según la tabla 35.2.2.b anterior le corresponde una curva de pandeo *a*, y por tanto un valor del coeficiente de imperfección  $\alpha_{LT} = 0,21$ .

[ ..... Documento en Proceso ..... ]